

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОГО СВЧ НАГРЕВА

В.И. Анфиногентов, Г.А. Морозов, О.Г. Морозов, А.Ж. Сахабутдинов

Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева-КАИ,
Российская Федерация, 420111, г. Казань, К. Маркса, 10

Аннотация: Рассмотрены задачи нагрева физических тел (диэлектриков) за счет передачи энергии электромагнитных волн высоких частот (СВЧ волн), распространяющихся внутри диэлектрика и преобразования энергии электромагнитных колебаний в тепловую. Решена задача управления СВЧ нагревом путем управления структурой формируемого электромагнитного поля, обеспечивающего требуемое распределение температуры по всему объему диэлектрика. Предложен алгоритм выбора параметров, обеспечивающий условия оптимального управляемого СВЧ нагрева диэлектриков.

Ключевые слова: СВЧ нагрев, оптимальное управление, метод моментов, математические модели.

Как правило, нагрев физических тел (материалов) происходит за счет эффекта теплопроводности путем распространения тепла с поверхности тела внутрь. При таких способах нагрева неизбежен температурный градиент температур от поверхности в глубину материала, причем тем больший, чем меньше теплопроводность нагреваемого материала. Уменьшить или устранить большой градиент температур можно лишь за счет увеличения времени нагрева материала. Зачастую избежать перегрева поверхностных слоев обрабатываемого материала удастся лишь за счет медленного повышения температуры. Примерами таких процессов является обжиг керамики, получение полимерных соединений и др.

Нагрев физического тела может происходить и за счет передачи энергии электромагнитных волн высоких частот и энергий (СВЧ волн), распространяющихся внутри материала и преобразования энергии электромагнитных колебаний в тепловую. Важное преимущество СВЧ нагрева — его тепловая безынерционность, фактически, возможность практически мгновенного включения и выключения теплового воздействия на любой участок нагреваемого физического тела. Необходимо обеспечить возможность регулирования процесса нагрева и условия его воспроизводимости, за счет рационального подбор частоты СВЧ волн и параметров камер нагрева, где происходит преобразование энергии электромагнитных волн в тепловую энергию нагрева, что позволяет обеспечить равномерность распределения температуры по всему объему нагреваемого диэлектрика [1–3].

С помощью энергии СВЧ волн можно не только равномерно нагревать диэлектрик по всему его объему, но и получать требуемое распределение температуры по его объему [4–6]. Поэтому при СВЧ нагреве открываются возможности управления и многократного ускорения ряда технологических процессов. Одна из возможных задач управления СВЧ нагревом диэлектриков заключается в управлении структурой формируемого электромагнитного поля. Удельная поглощенная мощность теплового поля в диэлектрике при СВЧ нагреве, пропорциональна квадрату модуля напряженности электрического поля и зависит от частоты и диэлектрических параметров нагреваемого материала, которые могут изменяться в процессе СВЧ нагрева

$$q(x, y, z) = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon''}{2} |\vec{E}(x, y, z)|^2, \quad (1)$$

где ω — частота электромагнитной волны, ε_0 — диэлектрическая постоянная вакуума, ε'' — мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости диэлектрика. Частота СВЧ нагрева является устанавливается международными соглашениями для разрешенных частот СВЧ нагрева [7]. Напряженность электрического поля является управляемой величиной и зависит от мощности СВЧ источника. По мере проникновения электромагнитной волны в диэлектрик, напряженность электрического поля уменьшается по экспоненциальному закону. С помощью многоэлементных систем СВЧ излучателей можно создать в диэлектрике электромагнитное поле с требуемой зависимостью напряженности поля в объеме диэлектрика.

Рассмотрим модельную задачу управления температурой диэлектрика при СВЧ нагреве [6], выбор задачи обусловлен с одной стороны простотой решения одномерного уравнения математической физики для нестационарной теплопроводности, а с другой стороны — нахождением условий управления с помощью метода моментов, которые позволяют использовать данный подход и при решении других задач управляемого СВЧ нагрева.

Рассмотрим задачу управляемого СВЧ нагрева, которая отличается от [6], лишь граничными условиями. Предположим, что температура диэлектрика $T(z, t)$ удовлетворяет нестационарному уравнению теплопроводности

$$c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + q(z, t), \quad 0 < z < h, \quad t > 0, \quad (2)$$

где $q(z, t)$ — функция удельной поглощенной мощности в диэлектрике $q(z, t) = \sigma |\dot{E}(z, t)|^2$,

$\sigma = \omega \cdot \varepsilon_0 \varepsilon' \operatorname{tg}(\delta)$ — удельная проводимость диэлектрика, ε' — действительная часть комплексной диэлектрической проницаемости диэлектрика, $\operatorname{tg}(\delta)$ — тангенс угла диэлектрических потерь.

Начальные условия для уравнения (2) определим в виде $T(z, 0) = 0$, а граничные в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial z} - b_1 T = 0, & z = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial z} + b_2 T = 0, & z = h \end{cases}. \quad (3)$$

Представим функцию удельной поглощенной мощности в виде произведения функций, одна из которых зависит от времени, в другая от координаты:

$$q(z, t) = f(t)u(z), \quad (4)$$

где $f(t)$ — заданная функция, интеграл от которой на отрезке $[0, t_k]$, определяет мощность, подводимую к системе возбуждения электромагнитного поля (энергию СВЧ воздействия), а $u(z)$ — функция, определяемая пространственным распределением напряженности электрического поля $E(z)$, причем: $u(z) = |\dot{E}(z)|^2$.

Результаты расчетов показывают, что вид функции $f(t)$ влияет на пространственное распределение температуры в диэлектрике незначительно, а существенное влияние оказывает лишь на скорость изменения температуры. Например, если при $f(t) = \text{const}$, температура изменяется во времени по почти линейному закону, а при $f(t) \neq \text{const}$, закон изменения температуры во времени отличается от линейного. Однако в обоих случаях значение температуры в фиксированный момент времени t_k будет одинаково, при условии, что энергия СВЧ воздействия в обоих случаях также одинакова.

На рис.1, *a* приведены кривые, показывающие изменение температуры во времени для функции $f(t) = const$ (кривые 2 и 4) и функции $f(t)$, график которой приведен на рисунке 1, *б* (кривые 1 и 3), соответствующие двум значениям глубины z ($z = 0$ — кривые 1 и 2, $z = 0,05$ — кривые 3 и 4). Расчеты проводились для нефти при параметрах диэлектрика: теплоемкость $c = 3000 \text{ Дж}\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$, объемная плотность $\rho = 950 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$, теплопроводность $\lambda = 0,125 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$, частота $\omega = 2450 \text{ МГц}$, $\varepsilon' = 2,3$, $\text{tg}(\delta) = 0,035$, $t_k = 3600 \text{ сек}$.

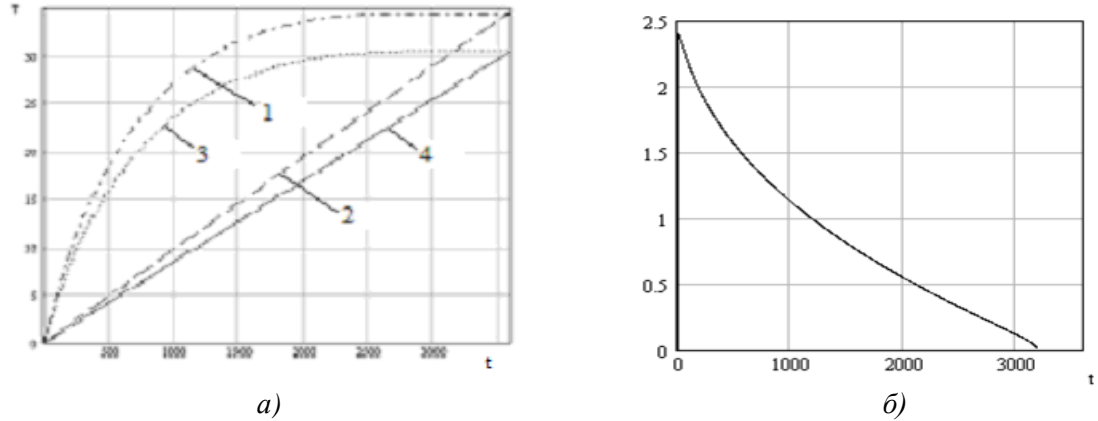


Рис. 1. Зависимость температуры диэлектрика от вида функции $f(t)$

Функцию управления $u(z)$ найдем из условия совпадения температуры в диэлектрике с требуемым распределением в момент времени t_k , то есть, чтобы $T(z, t_k) = T_k(z)$.

Решение поставленной задачи имеет вид [8]:

$$T(z, t) = \int_0^t \int_0^h G(z, \xi, t - \tau) \frac{f(\tau)u(\xi)}{c\rho} d\xi d\tau, \quad (5)$$

где

$$G(z, \xi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\|y_n\|^2} y_n(z)y_n(\xi) \exp(-a^2 \mu_n^2 t), \quad (6)$$

функция Грина, с базисными функциями вида:

$$y_n(z) = \cos(\mu_n z) + \frac{b_1}{\mu_n} \sin(\mu_n z), \quad (7)$$

здесь μ_n — положительные корни трансцендентного уравнения:

$$\frac{\text{tg}(\mu h)}{\mu} = \frac{b_1 + b_2}{\mu^2 - b_1 b_2} \quad (8)$$

Подставляя в (2) $t = t_k$ и заменяя $T(z, t_k)$ на $T_k(z)$, получим интегральное уравнение, которому должна удовлетворять функция управления $u(z)$, для того, чтобы выполнялось условие

$$T_k(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\|y_n\|^2} y_n(z) \cdot \int_0^{t_k} \int_0^h y_n(\xi) \exp(-a^2 \mu_n^2 (t_k - \tau)) \frac{f(\tau)u(\xi)}{c\rho} d\xi d\tau. \quad (9)$$

Для перехода от интегрального уравнения (9) к проблеме моментов [9], разложим функцию $T_k(z)$, в ряд по системе функций $y_n(z)$:

$$T_k(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n y_n(z) , \quad (10)$$

и приравняем коэффициенты в левой и правой части равенства при $y_n(z)$.

Получим счетную систему уравнений, эквивалентную интегральному уравнению (9):

$$cra_n \|y_n\|^2 = \int_0^{t_k} \int_0^h y_n(\xi) \exp(-a^2 \mu_n^2 (t_k - \tau)) f(\tau) u(\xi) d\xi d\tau, \quad n \in \mathbb{Z} . \quad (11)$$

Переходя от счетной системы к конечному числу равенств и раскладывая функцию управления $u(z)$ по полной системе функций $\lambda_m(z)$ на отрезке на $[0, h]$ и ограничиваясь в разложении $u(z)$ конечным числом M слагаемых

$$u(z) = \sum_{m=1}^M A_m \lambda_m(z) , \quad (12)$$

получим систему линейных алгебраических уравнений следующего вида для нахождения коэффициентов A_m :

$$cra_n \|y_n\|^2 = \sum_{m=0}^M A_m \cdot \int_0^{t_k} \int_0^h y_n(\xi) \exp(-a^2 \mu_n^2 (t_k - \tau)) f(\tau) \lambda_m(\xi) d\xi d\tau, \quad n = \overline{0, N} . \quad (13)$$

Решая систему уравнений (13), определим коэффициенты A_m , а значит и функцию управления $u(z)$. В качестве функций $\lambda_m(z)$ могут быть выбраны тригонометрические или степенные функции.

На рисунках 2, а; 3, а и 4, а приведены кривые распределения температуры в слое диэлектрика, а на рисунках 2, б; 3, б и 4, б соответствующие функции управления для разных значений M .

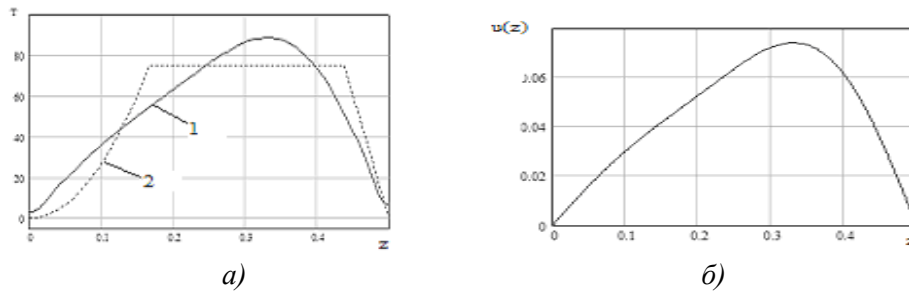


Рис. 2. Распределение а) температуры и б) функция управления, при $M = 5$

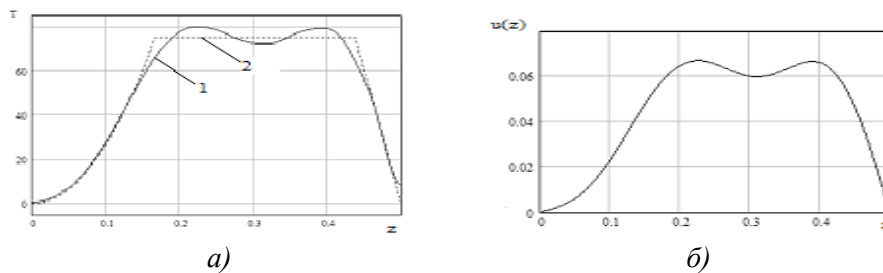


Рис. 3. Распределение а) температуры и б) функция управления, при $M = 10$

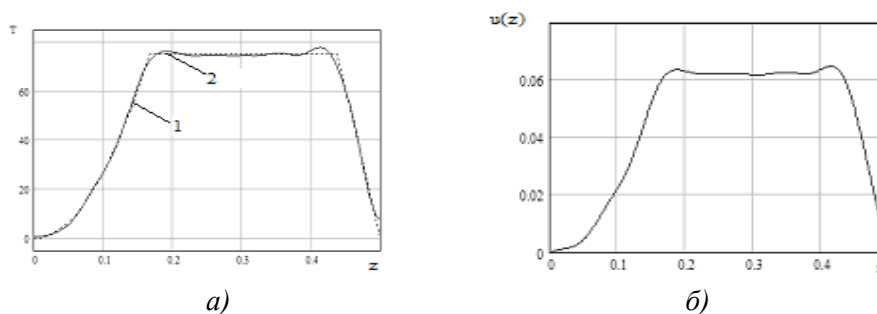


Рис. 4. Распределение а) температуры и б) функция управления, при $M = 15$

На рисунках 2, а; 3, а и 4, а требуемое распределение температуры $T_k(z)$ изображено пунктиром (кривая 2), а распределение температуры, соответствующее найденной функции управления изображено сплошной линией (кривая 1) при $M = 5, 10$ и 15 , соответственно. Значение N при расчетах полагалось равным 20 . Расчеты проводились при параметрах диэлектрика: теплоемкость $c = 3000 \text{ Дж}\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$, объемная плотность $\rho = 950 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$, теплопроводность $\lambda = 0,125 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$, время $t_k = 7200 \text{ сек}$.

Необходимо отметить, что при нахождении функции управления $u(z)$ не учитывалось условие ее неотрицательности, поэтому, полученное решение может не удовлетворять условию $u(z) \geq 0$ для $\forall z \in [0, h]$. То есть, может оказаться так, что найденное управление $u(z)$ не может быть реализовано никакой системой возбуждения электромагнитного поля. Если найденная функция управления $u(z)$ не удовлетворяет условию ее неотрицательности, то для ее нахождения формулируется следующая задача: найти такие коэффициенты A_m ($m = 1, 2, \dots, M$), которые удовлетворяют критерию минимума нормы разности функций $T(z, t_k)$ и $T_k(z)$, удовлетворяющие ограничению

$$\sum_{m=1}^M A_m \lambda_m(z) \geq 0, \quad (14)$$

для $\forall z \in [0, h]$. Причем, в качестве критерия близости функций $T(z, t_k)$ и $T_k(z)$, можно взять либо минимаксное, либо среднеквадратическое отклонение.

Вопросы реализации функции управления, относящиеся к задачам синтеза электромагнитных полей с требуемым распределением квадрата напряженности электрического поля с помощью многоэлементных систем возбуждения, в работе не рассматриваются. Они аналогичны задачам синтеза антенных решеток по заданному модулю комплексной диаграммы направленности. Однако, имеется и принципиальное отличие, состоящее в том, что при синтезе антенн приближение к требуемой диаграмме направленности осуществляется по форме при соответствующей нормировке ее к максимальному значению, в то время как в данном случае приближение осуществляется к ненормированному значению квадрата модуля напряженности электрического поля. Поэтому предпочтительными являются такие токи на входах излучателей, которым соответствует меньшее значение подведенной суммарной мощности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Morozov, G.A. et al.* Mathematical modeling of the UHF heating of multilayered liquid in static cylindrical volume // 5th International Conference on Antenna Theory and Techniques, 2005. – 2005. – V. 2005. – Pp. 494-496.
2. Низкоинтенсивные СВЧ-технологии: Проблемы и реализации: Библиотека журнала «Антенны». Низкоинтенсивные СВЧ-технологии / ред. Г.А. Морозов. – М: Радиотехника, 2003. – 112 с.

3. *Иванович, А.В. и др.* Выбор оптимальной структуры построения СВЧ-комплекса обработки терморезистивных композитных материалов // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2012. – Т. 14. – № 1-2. – С. 525-528.

4. *Морозов, Г.А.* Математическое моделирование процессов обработки жидких средств в СВЧ-комплексах / Г.А. Морозов, О.Г. Морозов // Нейрокомпьютеры: Разработка, применение. – 2014. – № 9. – С. 92-97.

5. *Морозов, Г.А. и др.* Микроволновая обработка терморезистивных и термопластичных полимеров // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2011. – Т. 14. – № 3. – С. 114-121.

6. *Анфиногентов, В.И.* Об одной задаче управления СВЧ-нагревом диэлектриков // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2006. – Т. 9. – № 2. – С. 47-51.

7. ГОСТ ИЕС 60335-1-2015 Бытовые и аналогичные электрические приборы. Безопасность. Часть 1. Общие требования (с Поправкой) от 30 мая 2016 - docs.cntd.ru [Электронный ресурс]. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200135540> (дата обращения: 16.12.2021).

8. *Зайцев, В.Ф.* Справочник по дифференциальным уравнениям с частными производными / В.Ф. Зайцев, А.Д. Полянин. Изд-во: Международная программа образования. – Москва: Международная программа образования, 1996. – 496 с.

9. *Сиразетдинов, Т.К.* Оптимизация систем с распределенными параметрами [Электронный ресурс] / Т.К. Сиразетдинов. – Москва: Наука, 1977. – 479 с. – Текст.

SIMULATION OF CONTROLLED MICROWAVE HEATING

V.I. Anfinogentov, G.A. Morozov, O. G. Morozov, A. Zh. Sakhabutdinov

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI,
10, K.Marx, Kazan, 420111, Russian Federation

Abstract: The problems of heating a physical body (dielectrics) by transferring the energy of high-frequency electromagnetic waves (microwave waves) propagating inside the dielectric and converting the energy of electromagnetic oscillations into heat are considered. The problem of microwave heating control is solved by controlling the structure of the generated electromagnetic field, which provides the required temperature distribution over the entire volume of the dielectric. An algorithm for the selection of parameters is proposed that provides the conditions for optimal controlled microwave heating of dielectrics.

Keywords: microwave heating, optimal control, method of moments, mathematical models.

Статья поступила в редакцию 03.12.2021