

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ СПЕКТРА ВОЛОКОННЫХ БРЭГГОВСКИХ РЕШЕТОК

*Т.А. Аглиуллин, В.И. Анфиногентов, О.Г. Морозов, А.Ж. Сахабутдинов,
Б.И. Валеев, В.К. Закамский, Н.А. Казаков, К.Д. Царегородцев*

Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева – КАИ
420111, Российская Федерация, г. Казань, К. Маркса, 10

Аннотация: Работа посвящена сравнительному анализу следующих методов моделирования спектрального отклика волоконной брэгговской решетки (ВБР). Метод однородных слоев основан на определении коэффициентов отражения и пропускания для плоских волн, распространяющихся через слоистые структуры, с последующим решением системы линейных уравнений для коэффициентов пропускания и отражения каждого слоя методом прогонки. Другой рассматриваемый метод основан на определении матриц передачи (МП) для всей ВБР в целом. Представлены результаты моделирования однородной ВБР обоими методами в сравнении со спектром, полученным с помощью специализированного программного пакета. Кроме того, представлены результаты моделирования ВБР с фазовым π -сдвигом. Для обеих моделей ВБР исследуется влияние интервала разбиения метода однородных слоев на результирующий спектр. На основе анализа данных моделирования сформулированы дополнительные условия для моделирования ВБР с фазовым сдвигом, повышающие точность моделирования методом однородных слоев.

Ключевые слова: математическое моделирование, волоконная брэгговская решетка, матрица передачи, плоские волны в неоднородной среде.

Введение

Одним из наиболее часто используемых элементов волоконно-оптических сенсорных систем, а также сетей передачи данных является периодическая или квазипериодическая структура, формируемая в сердцевине оптического волокна за счет изменения показателя преломления. В частности, к этому типу элементов относится широкий класс пассивных волоконно-оптических структур, таких как волоконные брэгговские решетки (ВБР).

Для улучшения характеристик проектируемых элементов волоконно-оптических систем передачи данных или сенсорных систем необходимо иметь надежные методы и средства, позволяющие моделировать спектральные характеристики волоконно-оптических структур с высокой точностью.

Основой таких инструментов, представляющей особый интерес, является математический аппарат, позволяющий восстанавливать спектр отражения ВБР. В настоящей статье исследуются и сравниваются различные методы моделирования спектрального отклика ВБР. Первый метод (метод однородных слоев (ОС)) основан на определении коэффициентов отражения и пропускания плоских волн, распространяющихся через слоистую структуру, аналогично алгоритму «снятия слоев» (англ. layer peeling algorithm) [1, 2], с последующим решением системы линейных уравнений для коэффициентов пропускания и отражения каждого слоя с использованием метода прогонки. Второй метод основан на формулировании передаточных матриц для всей структуры ВБР [3, 4] (метод матриц передачи (МП)). Передаточную матрицу ВБР часто сводят к матрице с полиномами Чебышева второго рода [5], что требует их вычисления для

каждой длины волны. Методы моделирования, основанные на рекуррентных соотношениях, в том числе с использованием полиномов Чебышева, были намеренно исключены из рассмотрения, поскольку они не дают выигрыша в производительности по сравнению с методом ОС.

В данной работе сначала моделируется однородная неаподизированная ВБР обоими методами, а полученные спектры отражения сравниваются со спектрами, полученными с помощью специализированного коммерческого программного обеспечения. Во-вторых, представлены результаты моделирования ВБР с фазовым π -сдвигом. Для обеих моделей ВБР исследуется влияние интервала разбиения метода ОС на моделируемый спектр. Было установлено, что асимметрия разбиения профиля показателя преломления вблизи фазового сдвига относительно его центра вызывает асимметрию спектрального отклика моделируемой решетки, что приводит к увеличению погрешности моделирования. Поэтому в случае ВБР с фазовым сдвигом для повышения точности моделирования недостаточно уменьшить интервал разбиения метода ОС, но требуется также выполнение некоторых дополнительных условий задания показателя преломления модели ВБР, которые описаны в статье.

Методы моделирования

Изменение показателя преломления вдоль длины ВБР, записанной с помощью часто используемой интерференционной схемы, описывается по гармоническому закону:

$$n(z) = n_0 + \frac{\Delta n}{2} + \frac{\Delta n}{2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right), \quad (1)$$

где Λ – период ВБР, n_0 – показатель преломления сердцевинки оптического волокна, Δn – амплитуда наведенного показателя преломления, которая в общем случае может быть функцией длины решетки, например, с функцией гауссовой аподизации:

$$\Delta n(z) = \Delta n \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_M}{\sigma}\right)^2}, \quad (2)$$

где z_M – середина ВБР, а σ – параметр аподизации, отвечающий за отношение p величины наведенного показателя преломления на краях ВБР к ее величине на середине:

$$\sigma^2 = -\frac{1}{8} \frac{H^2}{\ln p}, \quad (3)$$

где H – длина ВБР. ВБР формируется в оптическом волокне, следовательно, показатель преломления сердцевинки оптического волокна будет минимальным значением показателя преломления в ВБР, а максимальным будет сумма показателей преломления волокна и наведенного показателя преломления.

Таким образом, исходными параметрами для формирования ВБР принимаются: длина решетки, показатель преломления сердцевинки оптического волокна, наведенный показатель преломления, период ВБР и параметр аподизации.

Метод Однородных Слоев

Среда, сквозь которую свет распространяется внутри оптического волокна, с переменным, но известным законом изменения показателя преломления может быть представлена в виде совокупности тонких однородных пленок, внутри каждой из которых показатель преломления можно считать постоянным [2]. Таким образом, вся ВБР разбивается одномерной координатной сеткой $\{z_i\}$, $i = 1, N$ (рис. 1) на однородные слои, в

каждом из которых показатель преломления определяется как интегральное среднее по толщине слоя:

$$n_{i+1} = \frac{1}{z_{i+1} - z_i} \int_{z_i}^{z_{i+1}} n(z) dz . \quad (4)$$

Следует отметить, что длина интервала разбиения $\Delta z = z_{i+1} - z_i$ может существенно повлиять на характеристики моделируемой структуры, что будет рассмотрено далее. Подставив (1) и (2) в (4), получим функцию, описывающую послойную зависимость показателя преломления:

$$n_{i+1} = \frac{1}{z_{i+1} - z_i} \int_{z_i}^{z_{i+1}} \left[n_0 + \frac{1}{2} \cdot \Delta n \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{z - z_M}{\sigma} \right)^2} \cdot \left(1 + \sin \left(\frac{2\pi}{\Lambda} z \right) \right) \right] dz . \quad (4)$$

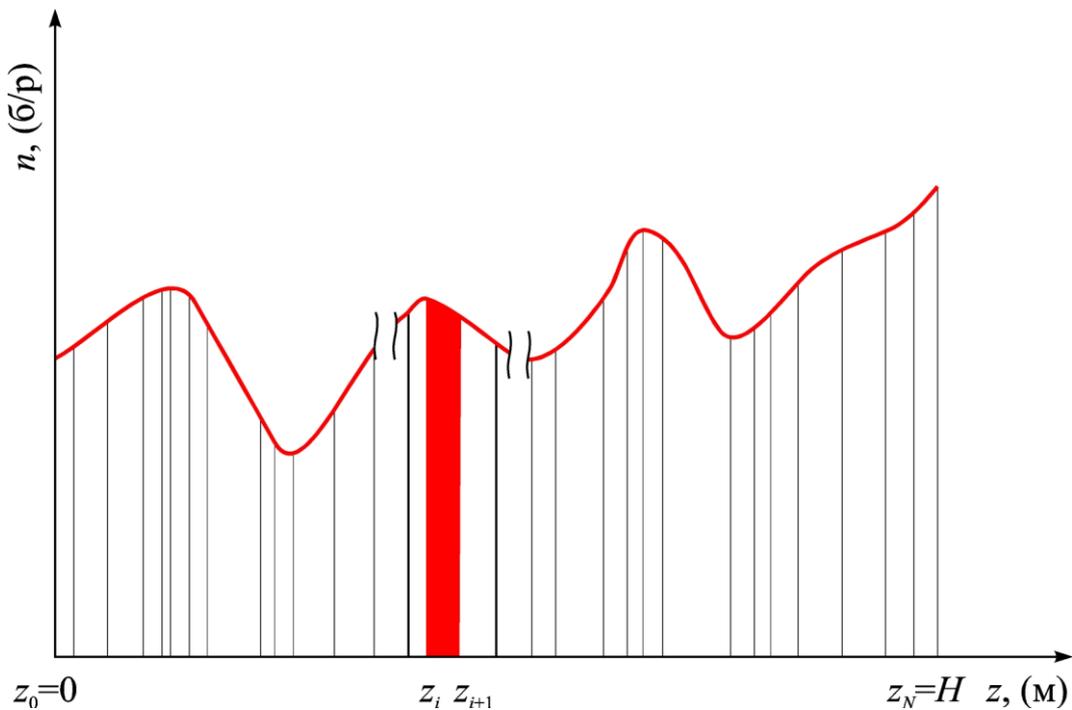


Рис. 1. Схема слоистой структуры для среды с произвольной зависимостью показателя преломления по длине

Интеграл (4) в элементарных функциях не существует, однако интегрирование (4) в данном случае не требуется, поскольку показатель преломления каждого слоя должен быть постоянен, а выражение (4) не учитывает этого требования, поскольку множитель с экспонентой, нормирующий амплитуду изменения показателя преломления, предполагает изменения амплитуды внутри слоя по его толщине. Постоянство наведенного показателя преломления внутри каждого слоя предполагает постоянство множителя с экспонентой в (4) по толщине слоя. Следовательно, множитель с экспонентой в (4) должен быть заменен на его среднее значение, которое на интервале от $[z_i, z_{i+1}]$ может быть заменено его значением в середине интервала:

$$e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-(z_M)_k}{\sigma_k}\right)^2} \simeq e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{i+1}+z_i}{2}-(z_M)_k\right)^2} + o(\Delta z_i), \quad (5)$$

где $\Delta z_i = z_{i+1} - z_i$, а $o(x)$ – функция, определяющая погрешность. Указанная функция убывает быстрее, чем ее аргумент. Подставив (5) в (4), получим:

$$n_{i+1} = \frac{1}{z_{i+1} - z_i} \int_{z_i}^{z_{i+1}} \left[n_0 + \frac{1}{2} \Delta n \left(e^{\frac{1}{2}\left(\frac{z_{i+1}+z_i-2z_M}{2\sigma}\right)^2} + o(\Delta z_i) \right) \left(1 + \sin\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right) \right) \right] dz. \quad (6)$$

После чего множитель, стоящий при амплитуде, становится независимым от переменной интегрирования, и интеграл может быть взят аналитически, что позволяет записать зависимость показателя преломления по слоям произвольной слоистой структуры:

$$n_{i+1} = n_0 + \frac{\Delta n}{2} e^{\frac{1}{2}\left(\frac{z_{i+1}+z_i-2z_M}{2\sigma}\right)^2} \times \left(1 - \frac{\Lambda}{\pi(z_{i+1}-z_i)} \sin\left(\frac{\pi(z_{i+1}+z_i)}{\Lambda}\right) \sin\left(\frac{\pi(z_{i+1}-z_i)}{\Lambda}\right) \right) + o(\Delta z_i). \quad (7)$$

Моделирование спектра отражения такой структуры заключается в задании параметров слоев, исходя из соотношений (7), и дальнейшего расчета слоистой структуры классическим методом обратной и прямой прогонок. Электрическая и магнитная составляющие электромагнитного поля в каждой точке каждого слоя являются суперпозицией двух волн (рис. 2), движущихся в разных направлениях (прямой и отраженной):

$$E_i(z) = t_i \cdot e^{-j(k_i z + \omega \tau)} + r_i \cdot e^{j(k_i z - \omega \tau)}, \quad (8)$$

$$H_i(z) = \frac{t_i}{w_i} \cdot e^{-j(k_i z + \omega \tau)} - \frac{r_i}{w_i} \cdot e^{j(k_i z - \omega \tau)}, \quad i = \overline{0, N+1},$$

где τ – время, t_i и r_i – коэффициенты прохождения и отражения излучения при его прохождении через i -ый слой; k_i – волновое число, и w_i – волновое сопротивление для i -го слоя. Первые слагаемые в (8) как для электрической, так и для магнитной составляющей описывают волну, движущуюся вдоль направления распространения, а вторые слагаемые описывают отраженные от границ разделов сред волны, движущиеся в противоположном направлении.

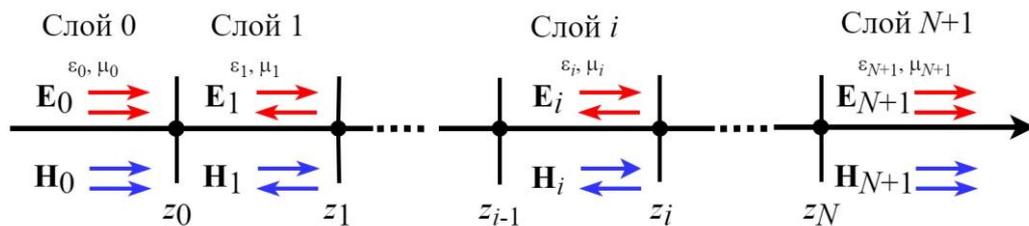


Рис. 2. Одномерная модель структуры, состоящей из $N+1$ слоев

Волновое число k и волновое сопротивление w зависят от длины волны излучения, диэлектрической и магнитной проницаемости среды:

$$k_i = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_* \mu_*} = \frac{2\pi c \sqrt{\varepsilon_* \mu_*}}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_i \mu_i} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_i \mu_i}, \quad w_i = \sqrt{\mu_i \mu_* / \varepsilon_i \varepsilon_*}, \quad (9)$$

где $\lambda = c/f$ – длина волны, ε_i – диэлектрическая проницаемость и μ_i – магнитная проницаемость i -го слоя, ε_* – абсолютная диэлектрическая и μ_* – абсолютная магнитная проницаемости вакуума, c – скорость света в вакууме.

Условие неразрывности электромагнитных волн в пространстве предполагает равенство электрических и магнитных полей в каждой точке пространства, включая границы разделов между слоями:

$$\begin{cases} t_i \cdot e^{-jk_i z_i} + r_i \cdot e^{jk_i z_i} = t_{i+1} \cdot e^{-jk_{i+1} z_i} + r_{i+1} \cdot e^{jk_{i+1} z_i} \\ \frac{t_i \cdot e^{-jk_i z_i} - r_i \cdot e^{jk_i z_i}}{w_i} = \frac{t_{i+1} \cdot e^{-jk_{i+1} z_i} - r_{i+1} \cdot e^{jk_{i+1} z_i}}{w_{i+1}}, \quad i = \overline{0, N} \end{cases} \quad (10)$$

Отметим, что общий множитель $e^{-j\omega t}$, описывающий изменение электрической и магнитной волн во времени, в левых и правых частях уравнений (10) сокращается. Таким образом, соотношения (10) дают систему из $2(N+1)$ линейных уравнений для определения $2(N+2)$ неизвестных коэффициентов прохождения t_i и отражения r_i в каждом из $(N+2)$ слоев.

Дополнительный анализ системы уравнений (10) позволяет исключить из них абсолютные ε_* диэлектрическую и μ_* магнитную проницаемости вакуума, используя соотношение:

$$c \cdot \sqrt{\varepsilon_* \mu_*} \equiv 1, \quad (11)$$

где c — скорость света. В уравнениях (10) левые и правые части сокращаются на квадратный корень из произведения абсолютной диэлектрической и магнитной проницаемости, а волновое число переписывается через длину волны.

Диэлектрическая ε и магнитная проницаемость μ связаны с показателем преломления соотношением:

$$n = \sqrt{\varepsilon \mu}. \quad (12)$$

Для того, чтобы замкнуть полученную систему уравнений, необходимо дополнить систему уравнений (10) еще двумя соотношениями. Как было сказано выше, все излучение, пришедшее со стороны источника излучения в нулевой слой («Слой 0»), проходит сквозь него без потерь, а отражение от правой границы последнего слоя («Слой $N+1$ ») отсутствует в силу ее бесконечной удаленности. Эти условия позволяют дополнить систему уравнений двумя недостающими соотношениями для коэффициентов прохождения нулевого и отражения последнего слоев, соответственно:

$$t_0 = 1, \quad r_{N+1} = 0. \quad (13)$$

Объединив (10) и (13), получаем замкнутую систему из $2(N+1)$ линейных уравнений относительно $2(N+1)$ неизвестных коэффициентов прохождения и отражения каждого из слоев, которую можно записать в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -w_1 & -w_0 & w_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e_1 & f_1 & g_1 & h_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & a_i & b_i & c_i & d_i & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_i & f_i & g_i & h_i & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_N & b_N & c_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_N & f_N & g_N \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} r_0 \\ t_1 \\ r_1 \\ t_2 \\ r_2 \\ \dots \\ t_i \\ r_i \\ \dots \\ t_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -w_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} a_i &= e^{-jk_i z_i} & b_i &= e^{jk_i z_i} & c_i &= -e^{-jk_{i+1} z_i} & d_i &= -e^{jk_{i+1} z_i} \\ e_i &= w_{i+1} e^{-jk_i z_i} & f_i &= -w_{i+1} e^{jk_i z_i} & g_i &= -w_i e^{-jk_{i+1} z_i} & h_i &= w_i e^{jk_{i+1} z_i} \end{aligned} \quad (15)$$

Система линейных уравнений, записанная в матричной форме, может быть решена методом Гаусса, путем приведения матрицы коэффициентов к треугольному виду. Учитывая специфическую форму элементов матрицы, в каждой внутренней строке содержится лишь четыре элемента, более того, строки, содержащие элементы на одних и тех же позициях, сгруппированы по две. Таким образом, матрица коэффициентов представляет собой пятидиагональную матрицу, содержащую помимо основной диагонали две наддиагонали и две поддиагонали, причем, две над- и поддиагонали, дальше отстоящие от центральной диагонали, разрежены. Для решения систем линейных уравнений с матрицей коэффициентов трех-, четырех- и пятидиагонального вида применим метод прогонки, который заключается в последовательном преобразовании строк матрицы, что приводит ее к треугольному виду. Приведение матрицы коэффициентов к диагональному виду сразу же позволяет определить значение неизвестной, стоящей в вершине треугольника. Матрицу коэффициентов в (14) с одинаковой легкостью можно привести как к верхнему, так и к нижнему треугольному виду. В случае приведения матрицы к верхнему треугольному виду, автоматически вычисляется значение коэффициента пропуска последнего слоя. В случае же нижнего треугольного вида, появляется возможность вычисления коэффициента отражения для нулевого слоя.

Приведение матрицы коэффициентов в (14) к нижнему треугольному виду можно выполнить, воспользовавшись формулами обратной прогонки по рекуррентному соотношению, задав начальное значение для γ в виде:

$$\gamma_N = 1 + \frac{w_N - w_{N-1}}{w_N + w_{N+1}} e^{-j2k_N(z_N - z_{N-1})}, \quad (16)$$

после чего в обратном цикле определить остальные значения γ_i по рекуррентному соотношению:

$$\gamma_i = 1 + \frac{(w_i - w_{i+1})\gamma_{i+1} + 2w_{i+1}}{(w_i + w_{i+1})\gamma_{i+1} - 2w_{i+1}} e^{-j2k_i(z_i - z_{i-1})}, \quad i = \overline{N-1, -1, 1}, \quad (17)$$

что в итоге позволяет вычислить коэффициент пропуска и отражения для нулевого слоя:

$$\begin{cases} t_0^A = 1 \\ r_0^A = \frac{(w_1 + w_0)\gamma_1 - 2w_1}{(w_1 - w_0)\gamma_1 - 2w_1} \end{cases} \quad (18)$$

Метод Матриц Передачи

Спектр отражения однородной неаподизированной ВБР может быть смоделирован путем формирования результирующей матрицы передачи в виде [3, 4]:

$$\mathbf{B}(\lambda) = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \cdot H) - j \frac{\Delta\beta}{\gamma} \sinh(\gamma \cdot H) & -j \frac{\kappa}{\gamma} \sinh(\gamma \cdot H) \\ j \frac{\kappa}{\gamma} \sinh(\gamma \cdot H) & \cosh(\gamma \cdot H) + j \frac{\Delta\beta}{\gamma} \sinh(\gamma \cdot H) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

где H — длина ВБР, а параметры γ , κ и $\Delta\beta$ определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \Delta n_{\text{eff}} &= \frac{\Delta n}{2}, \quad n_{\text{eff}} = n_0 + \Delta n_{\text{eff}}, \quad \kappa = \pi \frac{\Delta n_{\text{eff}}}{\lambda}, \\ \Delta\beta &= \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda} - \frac{\pi}{\Lambda}, \quad \gamma = \sqrt{|\kappa|^2 - \Delta\beta^2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Зависимость $\mathbf{B}(\lambda)$ от длины волны λ в (19) неявная, выражена через κ , $\Delta\beta$ и γ , которые являются функциями длины волны.

Передаточная матрица ВБР с одним дискретным фазовым сдвигом представляется как произведение трех передаточных матриц, две из которых (первая и третья) являются матрицами передачи однородных ВБР с длиной H_1 и H_2 , соответственно, а вторая матрица описывает участок оптического волокна длиной h , формирующий фазовый сдвиг:

$$\mathbf{T}_{\pi\text{-FBG}}(\lambda) = \mathbf{T}(\lambda, H_1) \times \mathbf{T}_{\phi}(\lambda, h) \times \mathbf{T}(\lambda, H_2), \quad (22)$$

где \mathbf{T}_{ϕ} — матрица передачи фазового π -сдвига:

$$\mathbf{T}_{\phi}(\lambda, h) = \begin{bmatrix} \exp\left(-j \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda} \cdot h\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(j \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda} \cdot h\right) \end{bmatrix}. \quad (23)$$

В (23) длина h соответствует фазовому сдвигу решетки: $h = \Lambda/2$.

Коэффициент отражения на каждой длине волны вычисляется как квадрат модуля отношения $B_{1,0}/B_{0,0}$:

$$r_0^B(\lambda) = \left| \frac{B_{1,0}}{B_{0,0}} \right|^2. \quad (24)$$

Результаты моделирования

Параметры моделирования однородной ВБР

Для проверки реализации методов однородных слоев (ОС) и матриц передачи (МП) было проведено моделирование однородной неаподизированной ВБР. Результаты моделирования сравнивались с «эталонным» спектром, полученным с помощью специализированного пакета программ Optiwave OptiGrating 4.2.2.

Для сравнения результатов моделирования была выбрана однородная неаподизированная ВБР длиной 6×10^{-3} м с длиной волны Брэгга 1550 нм, показателем преломления $n_0 = 1,4682$ и наведенным показателем преломления $\Delta n = 2 \times 10^{-4}$. Эффективный показатель преломления модели ВБР определяется как среднее значение показателя преломления по участку волокна, содержащему решетку:

$$n_{\text{eff}} = n_0 + \frac{\Delta n}{2}, \quad (25)$$

что дает среднее значение эффективного показателя преломления ВБР, равное $n_{\text{eff}} \approx 1,4683$. Период ВБР определяется соотношением Вульфа-Брэгга:

$$\Lambda = \frac{\lambda_{\text{Br}}}{2 \cdot n_{\text{eff}}} = \frac{\lambda_{\text{Br}}}{2 \cdot (n_0 + \Delta n / 2)}, \quad (26)$$

что равняется $\Lambda = 5,278213 \times 10^{-7}$ м. Заданные параметры ВБР перечислены в Таблице 1.

Таблица 1. Параметры моделирования однородной неаподизированной ВБР.

Параметр	Значение
Длина решетки H , м	6×10^{-3}
Показатель преломления волокна n_0	1,4682
Наведенный показатель преломления Δn	2×10^{-4}
Период решетки Λ , м	$5,278213 \times 10^{-7}$

Результаты моделирования однородной ВБР

Следует сделать важное замечание относительно выбора интервала разбиения, используемого в методе однородных слоев, поскольку результаты моделирования методом LS могут существенно различаться в зависимости от выбранного интервала разбиения. Для определения оптимального интервала можно использовать следующий подход. Убывающая последовательность интервалов разбиения $\{\Delta z_n\}$ задается так, что:

$$\Delta z_n = \frac{1}{2^n} \Delta z_0. \quad (27)$$

Потребуем, чтобы два спектра, полученные с разными интервалами разбиения Δz_n и Δz_{n+1} , отличались друг от друга на величину, не превышающую произвольного небольшого заданного значения ε . Спектр, полученный с интервалом разбиения Δz_n , обозначается как функция, зависящая от длины волны и интервала разбиения $\Phi(\lambda, \Delta z_n)$. Тогда существует целое число N такое, что для всех n , больших N , и для любого разбиения $\{\lambda_i\}$ произвольного интервала $[\lambda_{\text{Br}} - \Delta\lambda, \lambda_{\text{Br}} + \Delta\lambda]$, где i принимает значения от 1 к M , нормы относительных разностей двух спектров, полученных для разбиений z_n и z_{n+1} , различаются на величину, не превышающую заданного значения ε .

$$\begin{aligned}
 & \exists N, M \in \mathbb{Z}; \forall \varepsilon, \lambda_{\text{Br}}, \Delta\lambda \in \mathbb{R} : \\
 & \Delta z_n = 2^{-n} \Delta z, \forall n \geq N; \lambda_i = \lambda_{\text{Br}} - \Delta\lambda + i \frac{2\Delta\lambda}{M}, i = \overline{0, M} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \sum_{i=0}^M \left\| \frac{\Phi(\lambda_i, \Delta z_{n+1}) - \Phi(\lambda_i, \Delta z_n)}{\Phi(\lambda_i, \Delta z_n)} \right\| \leq \varepsilon.
 \end{aligned} \tag{28}$$

Другими словами, интервал разбиения каждый раз последовательно уменьшается вдвое до тех пор, пока разница между спектрами, полученными для двух последовательных интервалов, не станет меньше заданного малого значения ε . Однако, как будет показано далее, различие между моделируемым и «эталонным» спектрами не всегда монотонно уменьшается с сокращением интервала разбиения, особенно в неоднородных брэгговских структурах, таких как ВБР с фазовым π -сдвигом. В таких случаях требуется учитывать дополнительные критерии разбиения структуры на слои.

На рис. 3 представлены результаты моделирования однородной ВБР с параметрами, перечисленными в таблице 1, и интервалом разбиения $\Delta z = 0,04 \cdot \Lambda$.

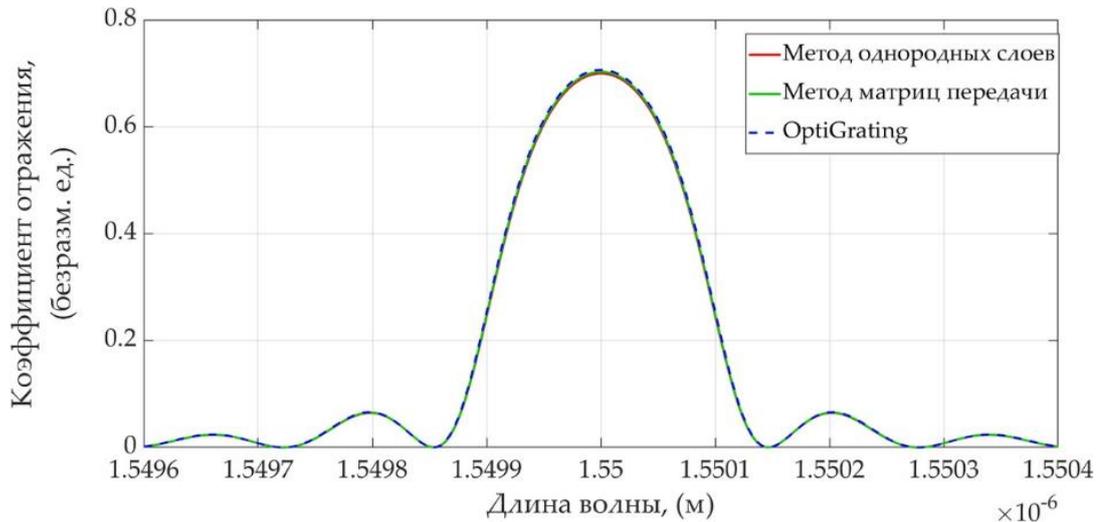


Рис. 3. Спектры модели однородной ВБР, полученные с использованием: метода однородных слоев (красная сплошная линия), метода матрицы передачи (зеленая сплошная линия), программного обеспечения OptiGrating (синяя пунктирная линия)

Как видно из рис. 3, результаты обоих методов очень близки к спектру, полученному с помощью специализированного программного обеспечения, хотя в целом имеют несколько меньшие значения коэффициента отражения. При этом спектр отражения вблизи брэгговской длины волны близок к функции Гаусса [7]. Для дополнительной иллюстрации, отклонения спектров, полученных с использованием каждого метода, были построены в зависимости от длины волны, что представлено на рис. 4. Среднеквадратические отклонения (СКО) были рассчитаны для обоих методов по выражению:

$$\text{СКО} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R(\lambda_i) - R_{\text{ref}}(\lambda_i))^2}, \tag{29}$$

где $N=201$ – количество значений длины волны, для которых был рассчитан коэффициент отражения R брэгговской решетки с использованием метода однородных слоев или матриц передачи, R_{ref} – эталонные значения коэффициента отражения ВБР, полученные из

программного обеспечения OptiGrating. В этом случае $СКО_{ОС} = 0,0043$ и $СКО_{МП} = 0,0024$ для методов однородных слоев и матриц передачи соответственно.

Следует отметить, что пики отклонений спектров, рассчитанных методом однородных слоев и матриц передачи, не совпадают, за исключением центральной длины волны, что свидетельствует о различиях в подходах к математическому моделированию. Тем не менее, отклонения моделируемых спектров ВБР во всем соответствующем диапазоне длин волн для большинства приложений можно считать пренебрежимо малыми (не более -40 дБ), поэтому результаты подтверждают корректность реализации методов моделирования.

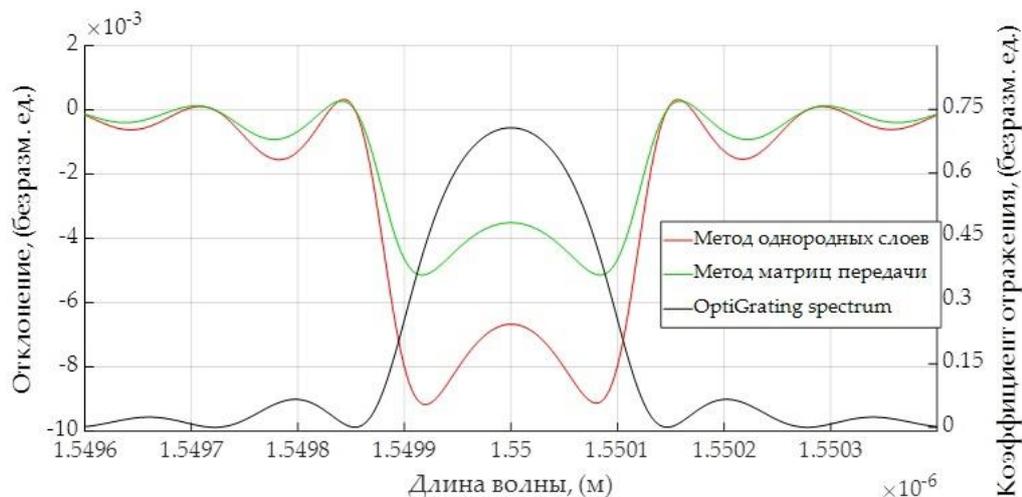


Рис. 4. Отклонения однородных спектров ВБР от эталонного (OptiGrating) спектра (левая ось): отклонение метода однородных слоев (красная линия), отклонение метода матриц передачи (зеленая линия), «эталонный» спектр OptiGrating (черная линия, правая ось)

Кроме того, были получены значения СКО метода ОС для различных интервалов разбиения Δz , и соответствующая зависимость представлена на рис. 5.

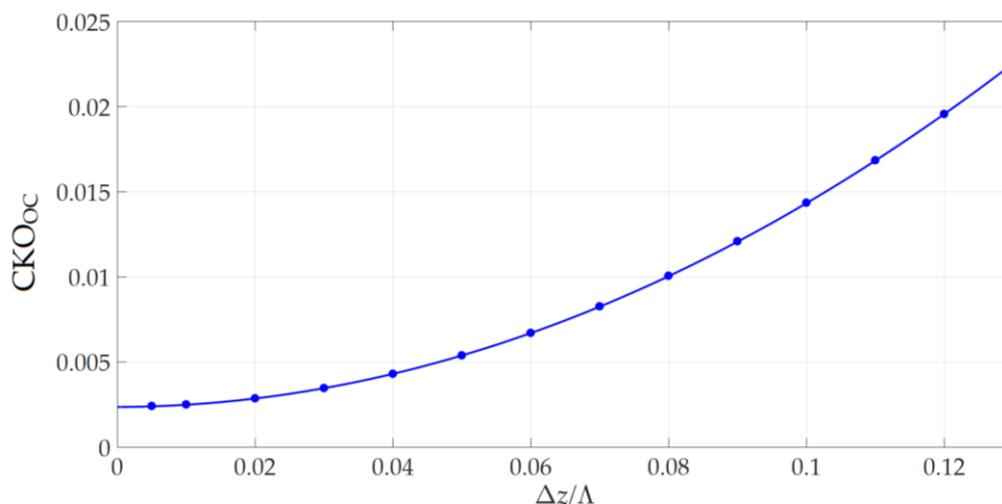


Рис. 5. Значения среднеквадратичного отклонения (СКО) спектра однородной ВБР, смоделированного методом ОС (синие точки), в зависимости от интервала разбиения Δz , и их аппроксимация (синяя сплошная линия)

Результаты, показанные на рис. 5, свидетельствуют о том, что значения СКО для метода однородных слоев в случае моделирования однородной ВБР монотонно уменьшаются с сокращением интервала разбиения Δz . Точки данных аппроксимировались полиномом второго порядка (синяя линия на рис. 5) со следующими коэффициентами: 1,184, $1,311 \cdot 10^{-3}$, $2,366 \cdot 10^{-3}$ и нормой невязок, равной $3,087 \cdot 10^{-5}$. Таким образом, при нулевом интервале разбиения модели однородной ВБР, СКО метода однородных слоев сходится к значению несколько меньшему, чем СКО метода матриц передачи.

Результаты моделирования ВБР с фазовым π -сдвигом

Волоконные брэгговские структуры с фазовым сдвигом представляют особый интерес для сенсорных приложений, поскольку их спектральный отклик включает сверхузкое окно прозрачности, положение длины волны которого может быть измерено с большей точностью, чем сдвиг всего спектра ВБР. Такая волоконная брэгговская структура может быть представлена в виде двух идентичных ВБР, расположенных последовательно, расстояние между которыми равно фазовому π -сдвигу их периодического изменения показателя преломления. Параметры моделирования одной из двух идентичных ВБР, формирующих ВБР с фазовым сдвигом, приведены в таблице 2. Смоделированные спектры ВБР с фазовым π -сдвигом показаны на рис. 6, а зависимости от длины волны отклонений спектров от спектра OptiGrating представлены на рис. 7. Интервал разбиения был равен $\Delta z = 0,04 \cdot \Lambda$. В этом случае значение СКО для метода однородных слоев составляет $3,89 \cdot 10^{-3}$, а СКО для метода матриц передачи равен $3,68 \cdot 10^{-3}$.

Таблица 2. Параметры моделирования одной из двух идентичных ВБР, составляющих структуру с фазовым сдвигом

Параметр	Значение
Длина решетки H , м	5×10^{-3}
Показатель преломления волокна n_0	1,4682
Наведенный показатель преломления Δn	2×10^{-4}
Период решетки Λ , м	$5,278213 \times 10^{-7}$

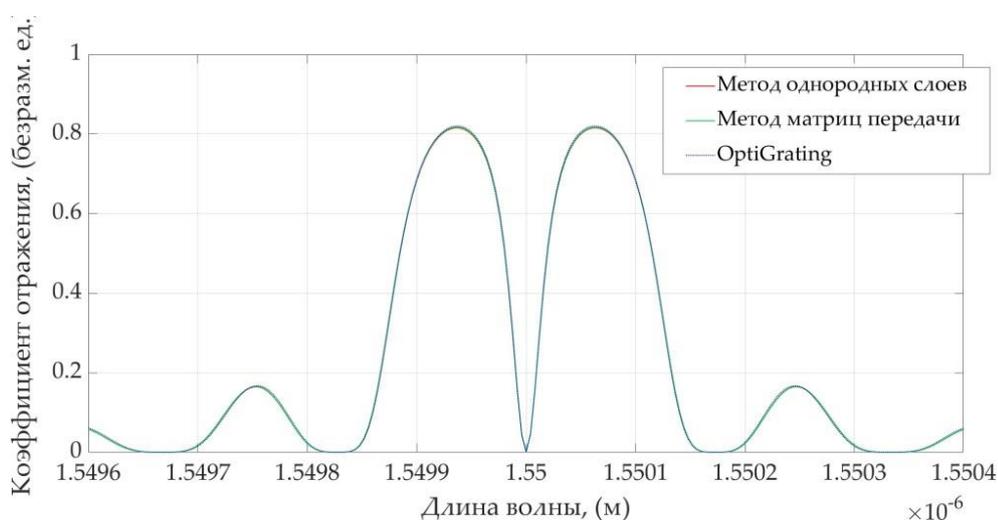


Рис. 6. Смоделированные спектры ВБР с фазовым π -сдвигом, полученные с использованием метода однородных слоев (красная сплошная линия), метода матриц передачи (зеленая сплошная линия), программное обеспечение OptiGrating (синяя пунктирная линия)

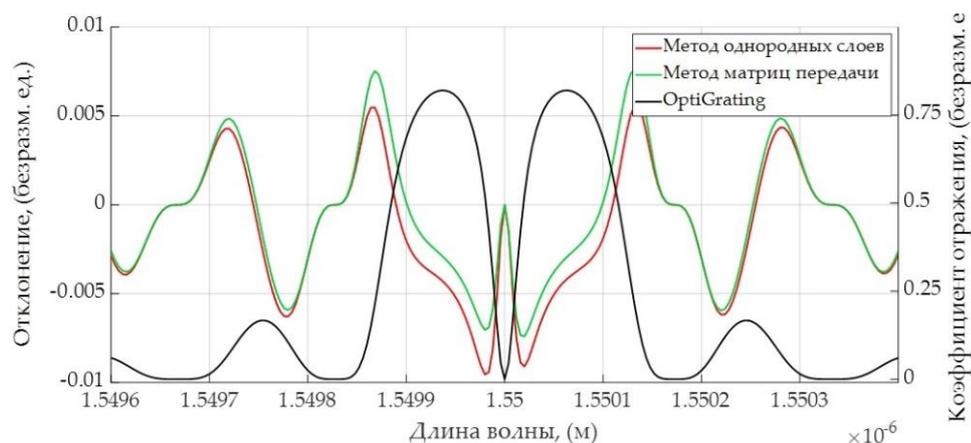


Рис. 7. Отклонения спектров ВБР с фазовым π -сдвигом от эталонного (OptiGrating) спектра: отклонение метода однородных слоев (красная линия), отклонение метода матриц передачи (зеленая линия), эталонный спектр OptiGrating (черная линия)

Как видно из рисунков 6 и 7, результаты обоих методов также очень близки к спектру, полученному с помощью специализированного программного обеспечения. Значения СКО были получены также для различных интервалов разбиения, что показано на рис. 8.

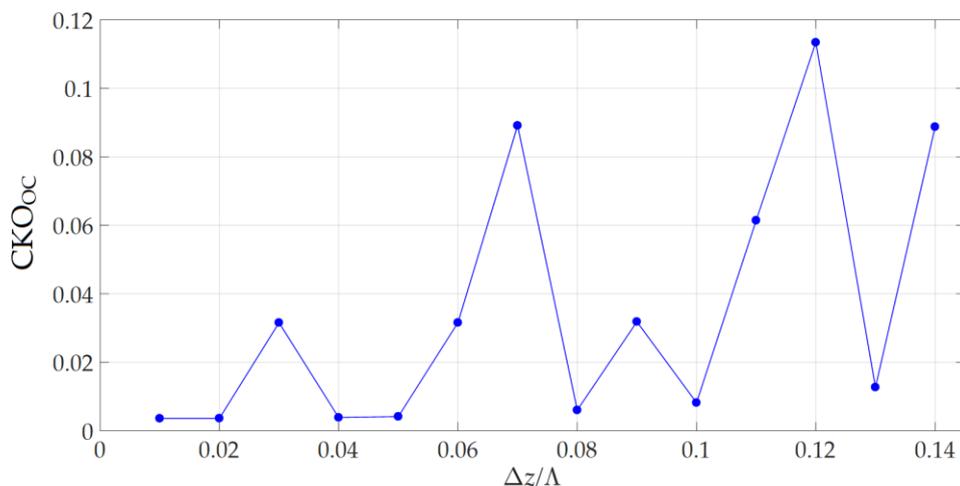


Рис. 8. Значения средневладратичного отклонения (СКО) спектра ВБР с фазовым π -сдвигом, смоделированного методом однородных слоев (синие точки), в зависимости от интервала разбиения Δz

В отличие от ранее рассмотренного примера, зависимость значений $\text{СКО}_{\text{Ос}}$ от интервала разбиения Δz , в случае моделирования ВБР с фазовым π -сдвигом не является монотонной и не может быть аппроксимирована с приемлемой точностью. Существуют определенные значения интервала разбиения, при которых $\text{СКО}_{\text{Ос}}$ существенно возрастает.

Для установления причины этого явления было проведено сравнение моделируемых профилей показателя преломления ВБР вблизи фазового сдвига при различных интервалах разбиения Δz . Результаты сравнения полученных спектров при значениях интервалов $\Delta z = 0,13 \cdot \Lambda$ и $\Delta z = 0,12 \cdot \Lambda$ приведены на рис. 9.

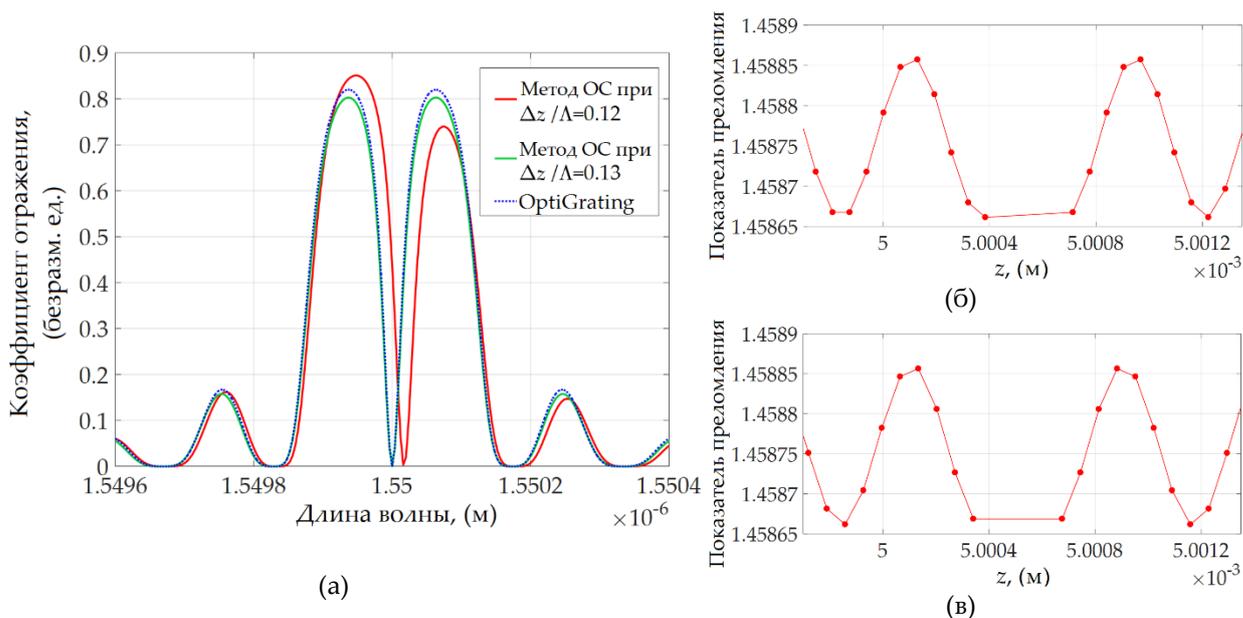


Рис. 9. Сравнение результатов моделирования ВБР с фазовым π -сдвигом методом однородных слоев при различных интервалах разбиения: (а) результирующие спектры: при $\Delta z = 0,12 \cdot \Lambda$ (красная сплошная линия), при $\Delta z = 0,13 \cdot \Lambda$ (зеленая сплошная линия), спектр OptiGrating (синяя пунктирная линия); (б) профиль показателя преломления решетки при $\Delta z = 0,12 \cdot \Lambda$; (в) профиль показателя преломления решетки при $\Delta z = 0,13 \cdot \Lambda$

Как видно из рис. 9, спектр, полученный методом ОС с интервалом разбиения $\Delta z = 0,12 \cdot \Lambda$ (рисунок 9,а, красная сплошная линия), имеет асимметричную форму, что приводит к увеличению СКО по сравнению со спектром, полученным с интервалом $\Delta z = 0,13 \cdot \Lambda$, несмотря на меньшее значение интервала разбиения. Если сравнить профили показателя преломления решетки (рис. 9,б,в), то видно, что в случае интервала $\Delta z = 0,12 \cdot \Lambda$ (рис. 9,б) разбиение профиля показателя преломления вблизи фазового сдвига является асимметричным относительно центра фазового сдвига, тогда как разбиение с интервалом $\Delta z = 0,13 \cdot \Lambda$ дает симметричный профиль относительно центра фазового сдвига. Тот же эффект наблюдался на всех указанных на рис. 9 интервалах разбиения, при которых $СКО_{ОС}$ превышал 0,02.

Таким образом, на основе анализа профиля показателя преломления модели решетки можно сделать вывод, что асимметрия участка профиля показателя преломления вблизи фазового сдвига относительно его центра вызывает асимметрию спектрального отклика моделируемой решетки. В следующем подразделе статьи авторы предлагают решение для устранения данного негативного эффекта при моделировании ВБР с фазовым π -сдвигом.

Дополнение к методу однородных слоев для моделирования ВБР с фазовым сдвигом

Для устранения асимметрии спектрального отклика ВБР с фазовым сдвигом, смоделированного методом однородных слоев, необходимо обеспечить симметрию профиля показателя преломления ВБР относительно центра фазового сдвига. Для этого можно ввести дополнительное условие к выбору интервала разбиения, согласно которому каждый период ВБР должен содержать целое и нечетное число точек разбиения. Результаты моделирования, полученные с помощью предложенного подхода, представлены на рис. 10, где в качестве интервала разбиения принято $\Delta z = (1/7) \cdot \Lambda$.

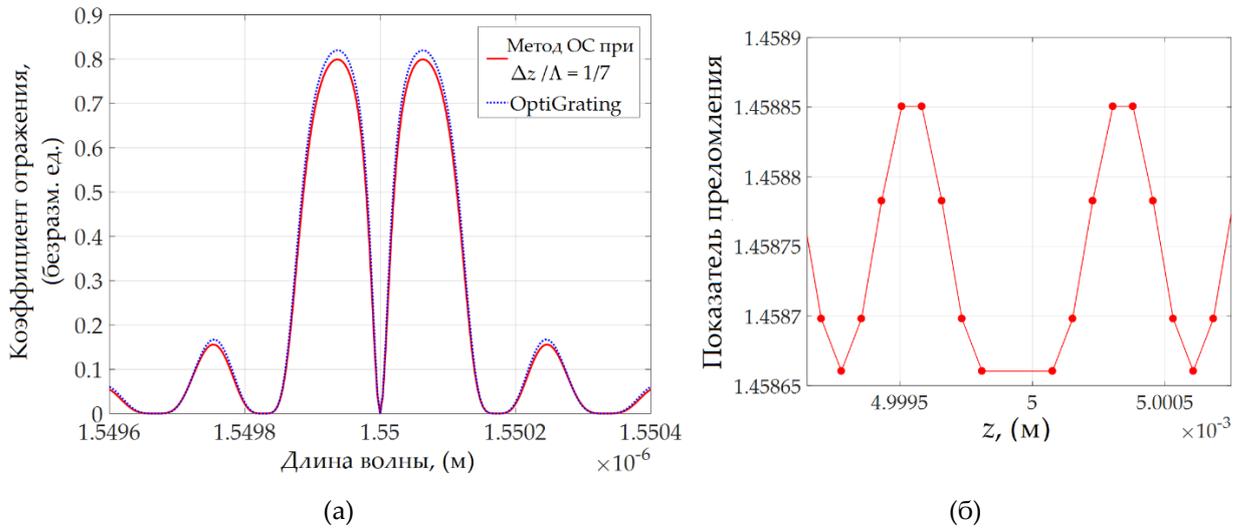


Рис. 10. Результаты моделирования ВБР с фазовым π -сдвигом методом однородных слоев с интервалом разбиения $\Delta z = (1/7) \cdot \Lambda$: (а) результирующие спектры: метод ОС (красная сплошная линия), спектр OptiGrating (синяя пунктирная линия); (б) профиль показателя преломления смоделированной решетки

Спектр, полученный с помощью метода ОС, показанный на рис. 10,а, почти повторяет спектр, полученный с помощью программы OptiGrating, несмотря на довольно грубое разбиение профиля показателя преломления, изображенного на рис. 10,б. В рассматриваемом случае $СКО_{ОС} = 0,0151$, что значительно меньше отклонения, полученного даже при $\Delta z = 0,03 \cdot \Lambda$ (см. рис. 8). Значения $СКО_{ОС}$ для различных интервалов разбиения, соответствующих введенному условию, показаны на рис. 11.

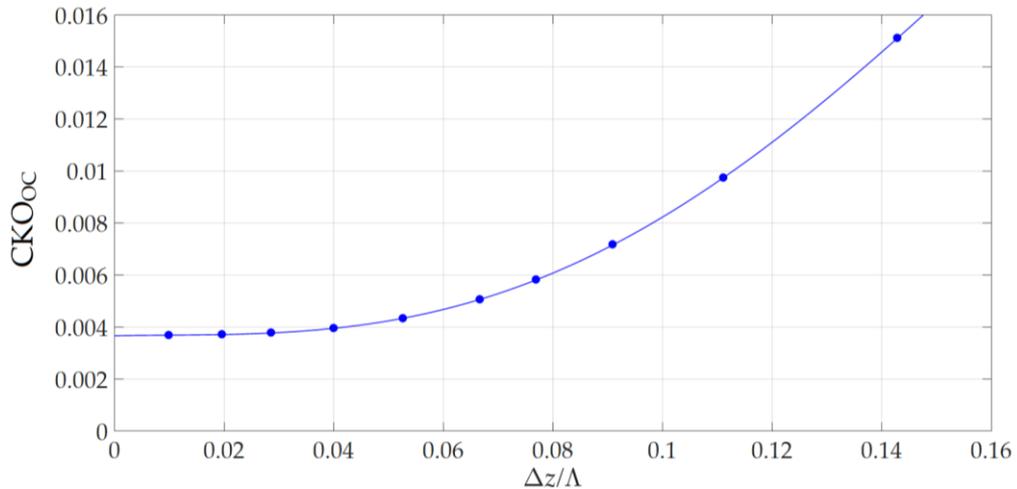


Рис. 11. Значения среднеквадратичного отклонения (СКО) спектра ВБР с фазовым сдвигом, смоделированного методом ОС с нечетным числом точек разбиения в периоде ВБР (синие точки) в зависимости от интервала разбиения Δz , и их аппроксимация (синяя сплошная линия)

Данные, приведенные на рис. 11, могут быть аппроксимированы полиномом четвертого порядка (синяя линия на рис. 11) со следующими коэффициентами: -27,929, 9,476, -0,2491, $3,734 \cdot 10^{-3}$, $3,667 \cdot 10^{-3}$ и нормой невязок, равной $2,123 \cdot 10^{-5}$. Следовательно, СКО спектра ВБР с фазовым сдвигом, смоделированного методом ОС с целым числом точек разбиения в периоде ВБР, монотонно убывает с уменьшением интервала разбиения.

При нулевом интервале разбиения модели ВБР с фазовым сдвигом $СКО_{OC}$ сходится к немного меньшему значению, чем $СКО_{МП}$, так же, как и при моделировании однородной ВБР.

Заключение

Результаты моделирования ВБР методами однородных слоев (ОС) и матриц передачи (МП) в целом близки к результатам, полученным с помощью специализированного программного обеспечения. Однако, чтобы уменьшить отклонение спектра метода ОС от эталонного, необходимо сокращать интервал разбиения профиля показателя преломления.

Было установлено, что при определенных значениях интервала разбиения метода ОС отклонения спектра смоделированной ВБР с фазовым сдвигом значительно увеличиваются из-за асимметричного искажения спектра. На основе анализа профиля показателя преломления модели решетки был сделан вывод, что асимметрия раздела профиля показателя преломления вблизи фазового сдвига относительно его центра вызывает асимметрию спектрального отклика моделируемой решетки.

Предложено решение для устранения обсуждаемого негативного эффекта при моделировании ВБР с фазовым сдвигом, которое предполагает дополнительное условие к выбору интервала разбиения, согласно которому каждый период ВБР должен содержать только целое (нечетное) число точек разбиения.

Следует отметить, что метод однородных слоев обеспечивает большую гибкость с точки зрения конфигурации моделируемой волоконно-оптической структуры, поскольку он может моделировать любой профиль показателя преломления волоконной среды, например, две или более ВБР, записанных одна поверх другой (т.н. муаровая запись) [8]. Это невозможно сделать с помощью метода матриц передачи (МП), однако данный метод имеет преимущество по производительности вычислений, особенно когда требуется малый интервал разбиения для обеспечения желаемой точности реализации метода однородных слоев.

Дальнейшие исследования будут посвящены моделированию других типов волоконно-оптических структур, включая комбинированные структуры, включающие ВБР и интерферометры Фабри-Перо, ВБР с муаровой записью и т.д., а также улучшению производительности вычислений методом ОС.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы «Приоритет 2030».

Литература

1. Skaar, J. On the Synthesis of Fiber Bragg Gratings by Layer Peeling / J. Skaar, L. Wang, T. Erdogan // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 2001. – Vol. 37. – Pp. 165–173. DOI: 10.1109/3.903065.
2. Capmany, J. Novel Layer Peeling Algorithm for the Synthesis of Fiber Bragg Gratings Yielding Smoother Fabrication Profiles / J. Capmany, S. Sales, M.A. Muriel, J.J. Rubio // In Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference (2004); Optica Publishing Group, February 22 2004. – P. MF26.
3. Erdogan, T. Fiber Grating Spectra / T. Erdogan // J. Lightwave Technol. – 1997. – Vol. 15. – Pp. 1277–1294. DOI:10.1109/50.618322.
4. Abdallah Ikhlef. Uniform Fiber Bragg Grating Modeling and Simulation Used Matrix Transfer Method / Ikhlef Abdallah, R. Hedara, M. Chikh-Bled // IJCSI. – 2012. – Vol. 9. – P. 368–374.
5. Хорохоров, А.М. Расчет неоднородных брэгговских волоконных решеток / А.М. Хорохоров, А.П. Оввян // Молодежный Научно-Технический Вестник. – 2012. – С.6–18.

6. Capmany, J. Novel Layer Peeling Algorithm for the Synthesis of Fiber Bragg Gratings Yielding Smoother Fabrication Profiles / J. Capmany, S. Sales, M.A. Muriel, J.J. Rubio // In Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference (2004), paper MF26; Optica Publishing Group, February 22 2004. - P. MF26.
7. Gubaidullin, R.R. Application of Gaussian Function for Modeling Two-Frequency Radiation from Addressed FBG / R. R. Gubaidullin, T. A. Agliullin, I. I. Nureev [et al.] // 2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, 19–20 марта 2020 года. – Moscow: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2020. – P. 9078587. DOI 10.1109/IEEECONF48371.2020.9078587.
8. Gillooly, A.M. Distributed Load Sensor by Use of a Chirped Moiré Fiber Bragg Grating / A.M. Gillooly, H. Dobb, L. Zhang, I. Bennion // Applied Optics. – 2004. – Vol. 43. – Pp. 6454–6457. DOI: 10.1364/AO.43.006454.

COMPARATIVE ANALYSIS OF METHODS FOR MODELING THE SPECTRUM OF FIBER BRAGG GRATINGS

*T.A. Agliullin, V.I. Anfinogentov, O.G. Morozov, A.J. Sakhabutdinov,
B.I. Valeev, V.K. Zakamsky, N.A. Kazakov, K.D. Tsaregorodtsev*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev - KAI
10, K. Marx, Kazan, 420011, Russian Federation

Abstract. The work is dedicated to a comparative analysis of the following methods for modeling the spectral response of a fiber Bragg grating (FBG). The method of homogeneous layers is based on the determination of the reflection and transmission coefficients for plane waves propagating through layered structures, followed by the solution of a system of linear equations for the transmission and reflection coefficients of each layer by the sweep method. Another method under consideration is based on the determination of transfer matrices (TM) for the entire FBG as a whole. The results of modeling a homogeneous FBG by both methods are presented in comparison with the spectrum obtained using a specialized software package. In addition, the results of modeling FBGs with a phase π -shift are presented. For both FBG models, the influence of the splitting interval of the homogeneous layers method on the resulting spectrum is studied. Based on the analysis of simulation data, additional conditions for modeling FBGs with a phase shift are formulated, which increase the accuracy of modeling by the method of homogeneous layers.

Keywords: mathematical modeling, fiber Bragg structures, transfer matrix, plane waves in an inhomogeneous medium.

Статья отправлена в редакцию 28 февраля 2023 г.