

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА КАК МЕТОД СУБПИКСЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ В ЗАДАЧАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ДЛИНЫ ВОЛНЫ

Т.А. Аглиуллин, В.И. Анфиногентов, Б.И. Валеев, А.Ж. Сахабутдинов

Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева – КАИ
420111, Российская Федерация, г. Казань, ул. К. Маркса, 10

Аннотация. Целью работы является внесение вклада в базу знаний о методах и средствах субпиксельной обработки одномерных дискретных спектров и сигналов, задачей которых является определение положения максимума в спектре (или сигнале) с точностью, превышающей на два и более порядка интервал дискретизации сигнала.

Ключевые слова: определение частотного сдвига спектра, субпиксельная обработка сигналов, центральная длина волны спектра отражения, методы уточнения центральной длины волны.

Введение

Практически все сигналы, принимаемые и обрабатываемые регистрирующей аппаратурой, по своей природе, являются непрерывными, однако, в технике приема и обработки сигналов мы почти всегда имеем дело с их дискретным представлением. Наряду с другими факторами, интервал дискретизации сигналов ограничивает точность измерения физической величины, информационным параметром которой этот сигнал является. Наиболее остро проблема недостаточной подробности сигнала стоит, например, в задачах спектрального анализа, особенно тогда, когда спектральный анализ проводится в инфракрасной части диапазона длин волн. Например, основная задача для построения волоконно-оптических сенсорных систем точечного или квазираспределенного типа заключается в определении центральной длины волны в спектре отражения с максимальной точностью. Величина физического воздействия на оптоволоконный датчик зависит от сдвига по частоте спектрального отклика, который задается резонансной структурой, такой как волоконная решетка Брэгга [1–3], интерферометр Фабри-Перо [4–6], кольцевой резонатор [7–10] или другие типы резонаторов [9,11]. Используя информацию о положении спектра отражения чувствительного элемента, сенсорные системы на основе оптических резонансных структур служат для измерения различных типов воздействий, таких как температура [9,12,13], давление [14,15], деформация [16,17], трение, износ и другие [18,19].

Недостаточная разрешающая способность приборов, используемых для определения величины физического воздействия, является главным ограничением точности и разрешающей способности измерений. Повышение технических характеристик самих приборов зачастую возможно только за счет увеличения разрешающей способности встроенного анализатора спектра, что приводит к почти экспоненциальному росту их стоимости.

Повышение разрешающей способности измерительных систем без необходимости замены их аппаратной части можно осуществлять за счет методов интерполяции, которые

позволяют аппроксимировать значения сигналов в интервале между дискретными отсчетами. В кругах ученых, занимающихся спектральным анализом, такие методы получили название методов субпиксельной обработки, поскольку, как правило, спектр принимается на линейный прибор с зарядовой связью, который интегрирует значение сигнала по площади каждого пикселя. А интерполяционные субпиксельные методы используются как раз для предсказывают значения сигнала внутри пикселя.

Подробный обзор методов субпиксельной обработки спектров, получаемых от волоконных брэгговских решеток, используемых в качестве чувствительного элемента оптоволоконных сенсорных систем, был сделан в 2017 году Даниэлем Тоси [20]. В его обзор попали более двадцати методов, которые он условно поделил на шесть типов: прямые, методы подгонки, корреляции, передискретизации, преобразования и оптимизации. На основании проведенного анализа Д. Тоси делает вывод, что прямые и подгоночные методы хорошо подходят для быстрого опроса, а использование повторной выборки делает их эффективными даже при грубых сетках длин волн. Методы, основанные на корреляции, чрезвычайно устойчивы к отношению сигнал/шум. Среди методов, основанных на преобразованиях, метод, основанный на теореме Карунена-Лоэва обеспечивает хороший потенциал для прецизионного зондирования. Все методы имеют быструю реализацию и могут использоваться для зондирования в режиме реального времени без уменьшения шага дискретизации [20]. Максимальные достигнутые результаты позволили свидетельствовать о том, что физическая разрешающая способность приборов может быть увеличена более чем на два порядка [21,22] за счет дополнительной математической обработки данных. А дополнительный учет нелинейных искажений, возникающих в приборах с зарядовой связью в зависимости от увеличения времени накопления сигнала, позволяет увеличить разрешающую способность еще на порядок, но в крайне узком диапазоне [23].

Достигнутые показатели по точности определения величины центральной длины волны спектрального сдвига являются недостаточными для некоторых классов задач. Анализ методов субпиксельной обработки, приведенный в работе [20] показал, что среди предложенных методов отсутствует подход, который можно было бы назвать методом интерполяции высокого порядка, который основан на аппроксимации значения функции в промежуточных точках рядом Тейлора с учетом слагаемых высоких порядков и аппроксимации производных высоких порядков конечными разностями, также, высоких порядков. Целью настоящей работы является внесение вклада в базу знаний о методах и средствах субпиксельной обработки одномерных дискретных спектров, направленных на определение положения максимума в спектре с точностью, на два и более порядков превышающей интервал дискретизации сигнала.

Постановка задачи

Задача была сформулирована в той постановке, в которой она возникает при определении положения центральной длины волны на лабораторном интеррогаторе, собранном на базе анализатора спектра I-MON-512 [23]. На волоконную брэгговскую решетку, длиной L от 0.5 до 3.5 мм, и периодом решетки Λ , меняющимся в диапазоне от 0.517 до 0.546 мкм, с наведенным показателем преломления n от $0.5 \cdot 10^{-4}$ до $1.5 \cdot 10^{-4}$, действует физическое воздействие. При таких параметрах волоконной брэгговской решетки ее центральная длина волны находится в диапазоне $\lambda_B = 1550 \pm 0.5$ нм, а полная ширина на половине высоте спек-

тра отражения меняется от 0.1 до 0.2 нм. На волоконную брэгговскую решетку через циркулятор направляется широкополосное излучение суперлюминисцентного диода, а спектр отражения принимается на анализаторе спектра I-MON-512. Левая и правая границы контролируемого спектрального диапазона $\lambda_{\min} = 1510$ нм и $\lambda_{\max} = 1595$ нм, соответственно; количество точек в спектре $N = 510$; шаг дискретизации $\Delta\lambda = (\lambda_{\max} - \lambda_{\min})/N \approx 0.167$ нм [24]. Спектральная плотность мощности общего интегрального шума измерительной системы определяется формулой $1/f$ (согласно классификации «розовый», мерцательный, фликкер шум), с амплитудой, не превышающей 3 % от максимальной амплитуды сигнала. Изначально постановка задачи включала в себя требование определить положение центральной длины волны волоконной брэгговской решетки, спектр которой снят в описанных выше условиях, с точностью выше 1 пм.

Обозначим исходный набор данных $\{\lambda_i, y_i\}$, $i = 0, N$, где N — количество точек в спектре, λ_i — длина волны, y_i — амплитуда, $\Delta\lambda = \lambda_{i+1} - \lambda_i$, $\forall i = 0, N-1$, рисунок 1.

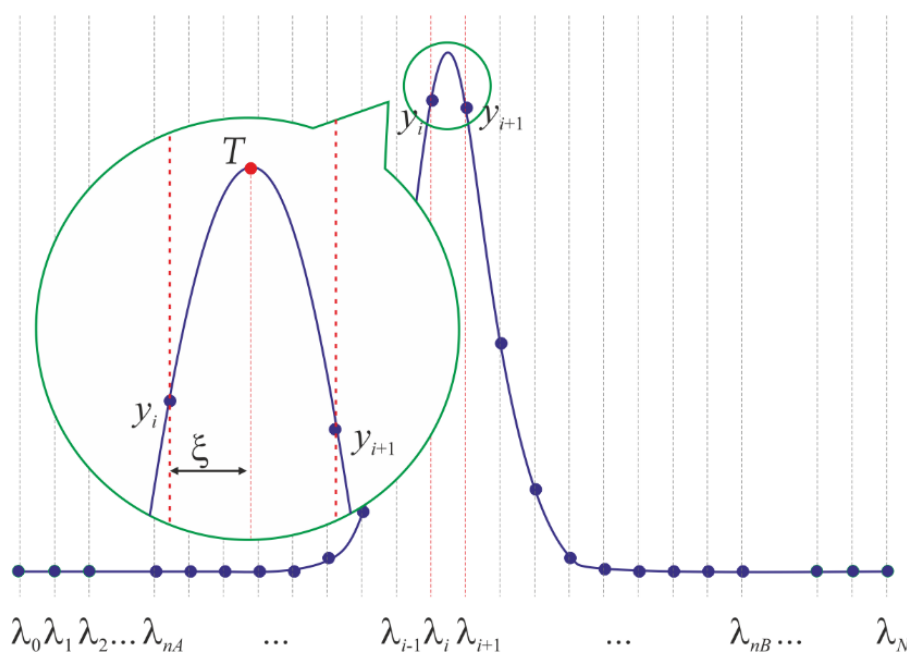


Рис. 1. Спектр отражения волоконной брэгговской решетки (синяя линия), снятый дискретно; $\{\lambda_i, y_i\}$ — данные спектра: длина волны и амплитуда, точка «Т» — истинное положение максимума спектра, ξ — расстояние по оси абсцисс от ближайшего дискретного максимума до положения истинного максимума

Индекс максимального элемента дискретно заданной кривой $\{\lambda_i, y_i\}$ определяется как простой максимум вектора $\{y_k\}$:

$$i: y_i = \max_{\forall k=1, N} (y_k). \quad (1)$$

Индекс максимального значения дискретной амплитуды однозначно определяет ее длину волны — λ_i . Задача заключается в нахождении такого ξ , при котором непрерывный спектр в точке $\lambda = \lambda_i + \xi$ принимает свое максимальное значение $y(\lambda_i + \xi) = \max(y(\lambda) : \forall \lambda \in [\lambda_0, \lambda_N])$.

В общем случае, ξ может быть любым. Однако если функция имеет один глобальный максимум, а шумовая компонента спектра не превышает 3% по амплитуде, то ξ принадлежит интервалу $\xi \in [-\Delta\lambda, \Delta\lambda]$.

Основное уравнение метода

Непрерывная и всюду дифференцируемая функция, которой и является спектр волоконной брэгговской решетки, в точке $\lambda = \lambda_i + \xi$ может быть аппроксимирована рядом Тейлора в точке $\lambda = \lambda_i$:

$$f(\lambda_i + \xi) = f(\lambda_i) + \sum_{n=1}^{nD} \frac{f^{(n)}(\lambda_i)}{n!} \xi^n + o(\xi^{nD+1}), \quad \forall i = \overline{0, N}, \quad (2)$$

где nD количество членов ряда Тейлора, используемых при аппроксимации, $o(\xi^{nD+1})$ — остаточный член ряда, величина которого имеет порядок малости ξ^{nD+1} .

Производная любого порядка для дискретно заданной кривой может быть аппроксимирована конечно-разностными соотношениями с наперед заданным порядком аппроксимации по заранее заданному дискретному шаблону точек. Для центральных (симметричных) конечных разностей по шаблону из $nP = 2 \cdot nS + 1$ точек $\{\lambda_{i-nS}, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_{i+nS}\}$, производная любого порядка может быть представлена в виде линейной комбинации значений функции в этих точках:

$$p_{i,n} = f^{(n)}(\lambda_i) = \sum_{k=-nS}^{+nS} (c_{k+nS} y_{i+k}), \quad i = \overline{nS, N-nS}, \quad n = \overline{1, nD}, \quad (3)$$

где c_k — коэффициенты линейной комбинации, а за $p_{i,n}$ обозначена производная n -го порядка в точке λ_i . Коэффициенты c_k линейной комбинации в разложении (3) в случае симметричных конечных разностей при равномерном шаге разбиения для аппроксимации производной степени nD находятся как решение системы линейных уравнений:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{C} = \mathbf{B}, \quad (4)$$

где $\mathbf{A}$ — матрица системы линейных уравнений, $\mathbf{B}$ — вектор свободных членов, а $\mathbf{C}$ — вектор коэффициентов. В условиях сделанных обозначений элементы матрицы $\mathbf{A}$ и вектора свободных членов $\mathbf{B}$ определяются как:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \{A_{i,j}\} = (j - nS)^i, \quad i, j = \overline{0, nP-1}, \\ \mathbf{B} &= \{B_i\} = nD! \delta(nD), \quad i = \overline{0, nP-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

где nD — порядок производной, $\delta(x)$ — дельта функция. Все коэффициенты $\mathbf{C}$ могут быть рассчитаны для производной произвольного порядка nD на произвольном эквидистантном симметричном шаблоне, содержащем nP точек, при условии $nD \leq nP - 1$. В противном случае вектор свободных членов $\mathbf{B}$ равен нулю, а система уравнений (4) имеет тривиальное решение. Порядок аппроксимации производной определяется величиной $nP - nD + 1$.

Таким образом, исходный набор дискретных значений спектра $\{\lambda_i, y_i\}$ ($i = 0, nP-1$) позволяет определить производные $p_{i,n}$ всех наперед заданных (вплоть до произвольного значения nD) порядков, вычисленные в качестве конечных разностей на симметричном шаблоне из nP точек, в любой внутренней точке λ_i ($nS \leq i \leq N-nS$). Пренебрегая в (2) остаточным членом ряда и подставляя вычисленные производные (3) в (2), получаем:

$$f(\lambda_i + \xi) = f(\lambda_i) + \sum_{n=1}^{nD} \left(\frac{\xi^n}{n!} \cdot \sum_{k=-nS}^{+nS} (c_{k+nS} y_{i+k}) \right), \quad (6)$$

функцию, зависящую от переменной ξ , максимум которой необходимо найти.

Требование максимума (6) по ξ , означает равенство производной нулю, что дает нам уравнение для нахождения положения максимума ξ относительно ближайшей точки дискретного максимума y_i :

$$\sum_{n=1}^{nD} \left(\frac{\xi^{n-1}}{(n-1)!} \cdot \sum_{k=-nS}^{+nS} (c_{k+nS} y_{i+k}) \right) = 0. \quad (7)$$

Наличие точки максимума на интервале $\lambda \in [\lambda_{i-1}, \lambda_{i+1}]$ обеспечивает наличие единственного корня уравнения (7) на интервале $\xi \in [-\Delta\lambda, \Delta\lambda]$.

Нюансы технической реализации

С точки зрения математики и реализованной математической модели, погрешность определения положения максимума определяется двумя факторами, первый из которых — это величина остаточного члена ряда Тейлора (2), а второй — погрешность нахождения корня уравнения (7) на интервале $\xi \in [-\Delta\lambda, \Delta\lambda]$. Величину остаточного члена ряда Тейлора можно уменьшить, увеличивая количество слагаемых nD , учитываемых в разложении (2), и, соответственно увеличивая количество точек шаблона nP для аппроксимации производных, которые определяют точность порядка аппроксимации производной.

Основная сложность, с которой столкнулись авторы после проработки математической модели, обнаружилась в том, что первые расчеты, выполненные по разработанной математической модели, давали непредсказуемо неточные и неожиданные результаты. Конечно, все эти точности и погрешности напрямую зависят от двух входных параметров метода — максимального порядка производной (nD) и количества точек шаблона, по которым эти производные вычисляются ($nP = 2 \cdot nS + 1$). Однако, никакие манипуляции с увеличением количества точек шаблона или увеличением порядка производных, учитываемых в ряде Тейлора, к повышению точности не приводили. Производные уже 7 порядка, вычисленные по шаблону из 11 точек, давали совершенно неприемлемую погрешность в 50% от величины самого значения. Причем, крайне низкая точность вычислений обнаружилась и в первоначальной реализации предложенной математической модели в специализированном программном пакете MathCad 15, и в первоначальной реализации на Python 3. Причем, все вычисления производились на 64-разрядном компьютере, с типами данных *float*, *double*, *decimal* которые обеспечивают контроль точности вычислений до 6–9, 15–17, 28–29 знаков после запятой, соответственно.

Причиной этому оказались неточно вычисленные значения коэффициентов аппроксимации производных конечными разностями, полученные в качестве решения системы

линейных уравнений (4) для разных значений nD . Как следствие этому была крайне низкая точность вычисленных на основе этих коэффициентов значения самих производных по (3). В свою очередь, низкая точность вычисления коэффициентов аппроксимации производных по (4) определяется плохой обусловленностью матрицы $\mathbf{A}$ при большом количестве точек шаблона, например, при $nP = 11$, $|A_{1,1}| = 5$, а $|A_{10,10}| = 5^{10}$, и определитель матрицы $\mathbf{A}$ довольно быстро устремляется в бесконечность с ростом количества точек шаблона nP .

Для оценки точности вычисления производных был поставлен численный эксперимент по вычислению производной. По конечно-разностному шаблону, состоящему из $nP = 21$ точек, рассчитывались $nD = 15$ производных для функции $f(x) = e^x$ в точке $x_0 = 0.0$ при шаге дискретизации $\Delta x = 0.02$. Производные всех порядков, вычисленные от экспоненты в нуле, должны быть строго равны единице. Численные эксперименты показали, что для типа данных *float* погрешность вычисления уже первой производной составила 0.59; тип данных *double* позволил вычислить третью производную с погрешностью, не превышающей $5 \cdot 10^{-3}$, в то время погрешность вычисления четвертой производной составила уже 0.5; тип данных *decimal* позволил вычислять производную вплоть до девятого порядка включительно с погрешностью, не превышающей $1 \cdot 10^{-2}$, однако уже десятая производная давала ошибку в 7.65. При этом погрешность вычисления коэффициентов аппроксимации производных конечными разностями, как результат решения системы линейных уравнений (4), не превышала 10^{-6} . Проведенный численный эксперимент показал, что ни один из стандартных типов данных, реализованных современных языках программирования, не позволяет осуществлять вычисления с приемлемой точностью. Краткие эксперименты, проведенные на языках программирования C# и FORTRAN, показали, что решения в ограничениях стандартных типов данных удовлетворительного решения дать не могут.

Решение было найдено для реализации на Python 3 с привлечением отдельной библиотеки классов *decimal* [25] — математики повышенной точности (несмотря на одинаковое название его не стоит путать с одноименным типом данных *decimal*), позволяющей производить операции с арифметикой с плавающей и фиксированной точкой с сохранением заданного порядка точности. Количество цифр мантииссы, учитываемых по умолчанию во всех операциях с плавающей точкой, задается отдельным параметром библиотеки `getcontext().prec = n`, где параметр n определяет, сколько знаков мантииссы система будет использовать при арифметических операциях. Установка параметра $n = 32$, позволяет вычислять производную десятого порядка с погрешностью, не превышающей 10^{-3} . Установка параметра $n = 64$ позволяет вычислить пятнадцатую производную с погрешностью, не превышающей $8 \cdot 10^{-12}$, чего, как в последствии оказалось, уже достаточно, чтобы осуществлять вычисления с достаточной точностью. Однако, увеличение количества учитываемых знаков мантииссы до $n = 128$, позволяет вычислять даже 31 производную по 41-точечному конечно-разностному шаблону с погрешностью, не превышающей $1.5 \cdot 10^{-18}$. Использование библиотеки классов *decimal*, специально предназначенной для высокоточных вычислений с плавающей точкой, позволяет решить поставленную задачу.

Повышение точности вычислений, безусловно, имеет свою цену. Увеличение количества производных, учитываемых в ряде Тейлора, и количество точек шаблона для дискретных разностей влечет за собой, во-первых, существенное увеличение времени вычислений. Вместе с тем, основная вычислительная нагрузка занимает вычисление матрицы коэффициентов разложения производных всех порядков до заданного по заранее определенному конечно-разностному шаблону. В условиях практической реализации заданные коэф-

фициенты могут быть вычислены единожды и находиться в файле настроек. Вторая составляющая цены, которую пришлось заплатить за использование математики повышенной точности, — это невозможность использования большого количества библиотек, предназначенных для обработки данных. Все библиотеки, предназначенные для математических вычислений (например, `scipy`, `numpy` — Python, класс `Math` в C и C#, и пр.), и имеющие в себе большой арсенал реализованных математических функций и методов, оказались непригодными для работы с типами данных, используемой библиотеки классов математики повышенной точности *decimal*. По большому счету, каждый элемент библиотеки классов *decimal* — это не число, а строка, содержащая целую часть числа и отдельно мантиссу заданной длины, а все вычисления по факту целочисленные и осуществляются без потери точности, с округлением в последнем знаке. Невозможность применения стандартных библиотек потребовало за собой необходимость реализации стандартных функций, таких как факториал, экспонента и решение системы линейных уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента.

Численный эксперимент

В ходе проведения численных экспериментов и проверки адекватности метода проведен анализ погрешности определения центральной длины волны, вычисленной по спектру с наличием шума, в зависимости от величины погрешности. Электронный шум, источниками которого являются неоднородности в проводящей среде, генерация и рекомбинация носителей заряда в транзисторах и пр., наблюдается практически в любых аналоговых электронных устройствах. Такой шум называется «розовым», спектральная плотность мощности такого шума пропорциональна $f^{-\beta}$, где f — частота. Амплитуда розового шума в оптических системах, предназначенных для определения центральных длин волн волоконных брэгговских решеток, к примеру, находится в диапазоне от 0.1 до 3.16% от максимальной амплитуды сигнала (от –60 до –30 дБ, [20]).

Проводить натурные эксперименты по возможностям и условиям применимости предложенного метода не представляется возможным, поскольку ни один из имеющихся в наличии промышленных интеррогаторов, основанных на оптико-электронных анализаторах спектра, не обеспечивает сопоставимой точности измерений. В силу этого, было принято решение о проведении численного эксперимента на основе математической модели (цифрового двойника) генератора спектра отражения одиночной волоконной брэгговской решетки, предложенного в [26].

Численный эксперимент проводился в условиях применения доступного промышленного анализатора спектра I-MON-512, который обеспечивает 510 целочисленных значений спектра с разрядностью 2^{16} , в диапазоне длин волн от 1510 до 1595 нм, с шагом дискретизации 167 пм, с применением волоконных брэгговских решеток с полной шириной на половине высоты ~ 1 нм, центральная длина волны которых может случайным образом меняться в диапазоне ± 0.5 нм. В таких условиях на описание волоконной брэгговской решетки приходится 7–8 значимых точек.

Любой из методов построения модели спектра отражения волоконной брэгговской решетки, предложенных в работах [27–30], может быть взят за основу построения ее цифрового двойника. В работе был использован метод матриц передачи, позволяющий построить цифровой двойник спектра отражения волоконной брэгговской решетки с заданными

параметрами — длина, показатель преломления, наведенный показатель преломления и период изменения показателя преломления [29]. Данные для модели волоконной брэгговской решетки вычислялись в 101 точке, в фиксированном диапазоне длин волн 17 нм, с центральной длиной, расположенной приблизительно в середине этого интервала и случайным образом меняющейся в пределах 1 нм.

Для добавления «розового» шума была использована стандартная библиотека классов *colorednoise* и функция *colorednoise.powerlaw_psd_gaussian*(β , n), где параметр β отвечает за степень пропорциональности плотности мощности спектрального шума, а n — количество отсчетов сгенерированного массива данных с шумом. Амплитуда шума нормировалась в интервал $[-1, +1]$.

Сумма вектора, содержащего спектр волоконной брэгговской решетки, смоделированного в описанных условиях, с вектором шума, умноженного на коэффициент амплитуды шума, и являлся цифровым двойником реального спектра. Отличие цифрового двойника спектра волоконной брэгговской решетки от реально полученного спектра заключается в том, что для цифрового двойника точно известны (заданы) центральная длина волны и полная ширина на половине высоты.

Численный эксперимент проводился по следующему алгоритму. Амплитуда шума линейно увеличивалась в диапазоне от 0.0 до 0.03 от максимальной амплитуды в спектре отражения с шагом 0.0006 (50 значений). Для каждого заданного уровня шума проводилась группа из 500 независимых измерений центральной длины волны цифровых двойников спектра с центральной длиной волны, изменяющейся случайным образом в диапазоне $\lambda_B \pm 0.5$ нм. Для каждой группы измерений определялись минимальное и максимальное значение погрешности, строилась функция распределения, вычислялись среднее квадратическое отклонение и дисперсия. Конечным итогом стала зависимость усредненной по реализации погрешности определения центральной длины волны от шумовой составляющей.

Результаты моделирования

Численный эксперимент проводился для $nP = 25$ точек шаблона аппроксимации производных всех порядков, при максимальном порядке производной $nD = 15$, контроль мантиссы осуществлялся с точностью до 128 знака после запятой.

В условиях полного отсутствия аппаратных шумов, погрешность определения центральной длины волны волоконных брэгговских решеток, смоделированных в условиях поставленного численного эксперимента, не превысила $\sim 5.4 \cdot 10^{-5}$ нм, что примерно в 3 тысячи раз превышает шаг дискретизации спектра, и, как следствие, физическую разрешающую способность анализатора спектра, рисунок Рис. 2. Медианное значение ошибки ($\sim 3.36 \cdot 10^{-5}$ нм) свидетельствует о том, что разрешающая способность, в среднем, может быть увеличена до пяти тысячи раз.

При появлении шума в 0.06 % от максимальной амплитуды сигнала увеличивается на порядок и погрешность определения центральной длины волны, вместе с тем, увеличение это можно считать незначительным, поскольку точность определения центральной длины волны все еще не превышает $3.46 \cdot 10^{-4}$ нм, рисунок 3. При этом среднее значение ошибки все еще остается достаточно малым, всего $7.8 \cdot 10^{-5}$ нм. Отметим, что функция распределения ошибки при этом близка к нормальному распределению.

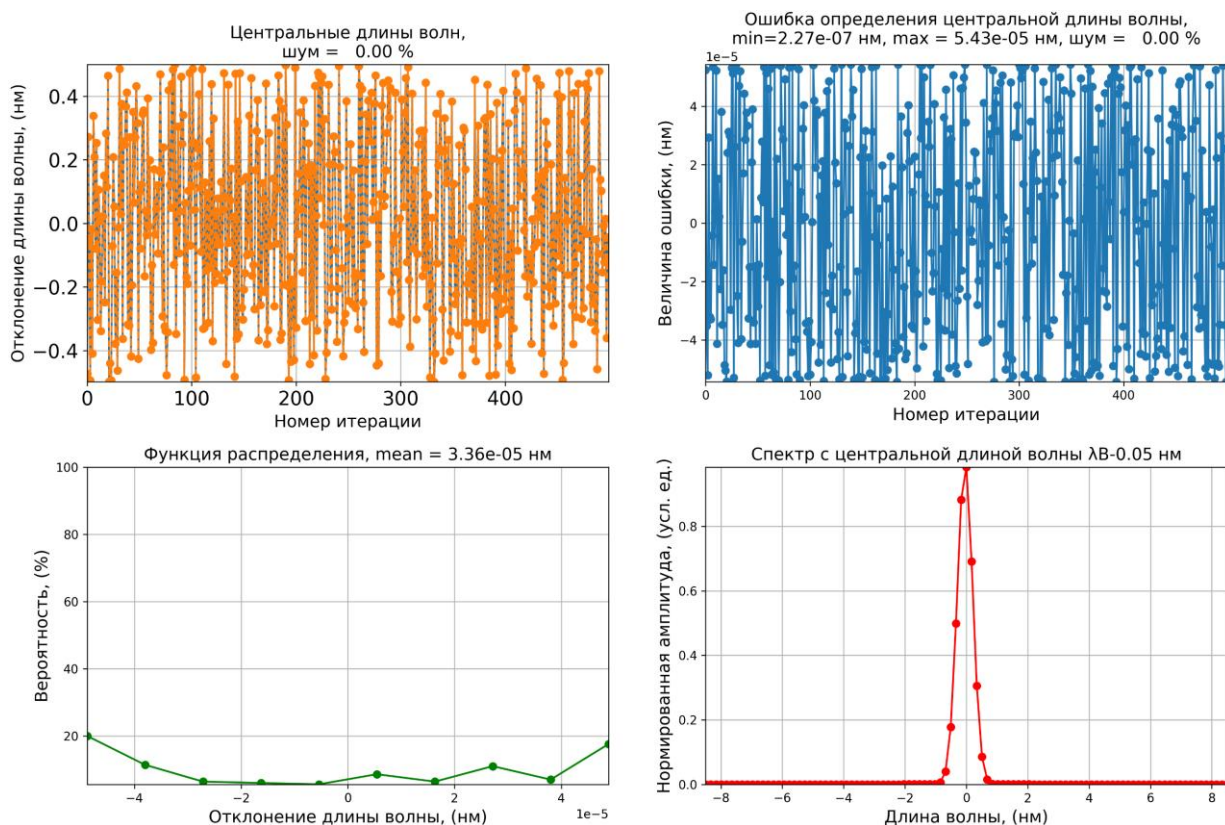


Рис. 2. Данные расчетов при уровне шума, равном 0%: а) заданные и вычисленные центральные длины волн для группы измерений; б) ошибка определения центральной длины волны для группы измерений; в) функция распределения ошибок; г) ситуационный спектр волоконной брэгговской решетки

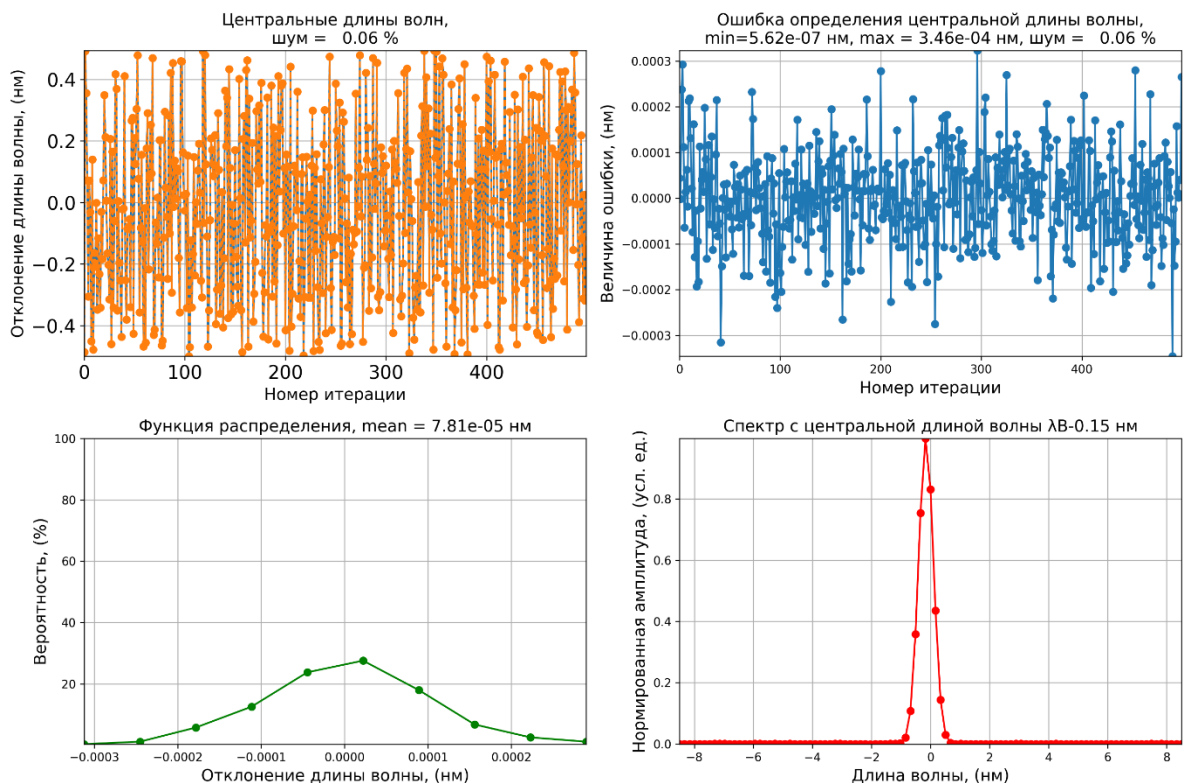


Рис. 3. Данные расчетов при уровне шума, равном 0.06%: а) заданные и вычисленные центральные длины волн для группы измерений; б) ошибка определения центральной длины волны для группы измерений; в) функция распределения ошибок; г) ситуационный спектр волоконной брэгговской решетки

Зависимость величины средней ошибки определения центральной длины волны волоконной брэгговской решетки от величины уровня шума, присутствующего в спектре сигнала приведена на рисунке . 4. Увеличение шумовой составляющей в спектре отражения волоконной брэгговской решетки ведет к почти линейному увеличению ошибки определения центральной длины волны.

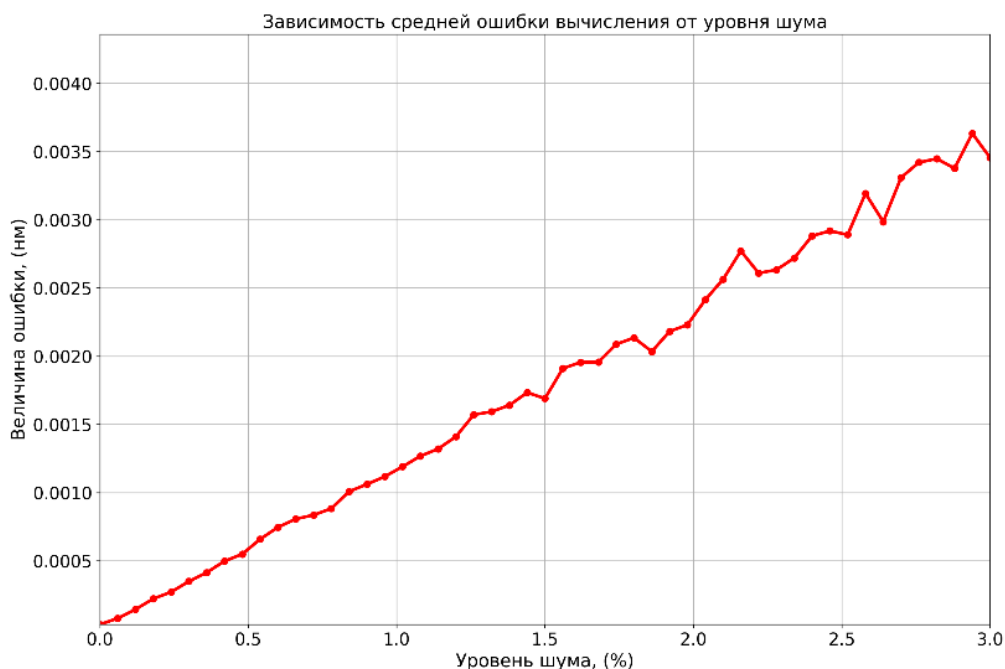


Рис. 4. Зависимость величины средней ошибки определения центральной длины волны волоконной брэгговской решетки от величины уровня шума, присутствующего в спектре сигнала

Наличие шумовой компоненты, не превышающей $\sim 0.5\%$ от максимального значения амплитуды, позволяет определить величину центральной длины волны с погрешностью, не превышающей $0.5\text{—}0.6\text{ нм}$. Величина шумовой компоненты, не превышающей 0.5% от максимального значения амплитуды, характерна практически для всех современных анализаторов спектра. Это позволяет утверждать, что физическая разрешающая способность систем определения центральной длины волны волоконных брэгговских решеток фактически может быть повышена более чем на два порядка.

Выводы

Преимуществом предложенного алгоритма является то, что, во-первых, он не содержит никаких сложных вычислений и может быть реализован на любом современном компьютере. Вся основная относительная вычислительная сложность приходится на предварительную последовательность действий, выполняемую однократно. на заключается в необходимости вычисления коэффициентов конечно-разностного представления производных высокого порядка рядом Тейлора, с точностью, превышающей стандартную точность машинных вычислений. При кажущейся простоте математического аппарата, предложенный алгоритм позволяет более чем на два порядка увеличить точность определения смещения спектра волоконной брэгговской решетки и обеспечить погрешность определения центральной длины волны, не превышающей 0.5 нм , при уровне шума менее 0.5% , что, в свою

очередь, определяет разрешающую способность измерения, например, температуры в $0.05\text{ }^{\circ}\text{C}$. А это уже заведомо превышает на порядок возможности аналогичных оптико-электронных измерительных систем, построенных на анализе центральной длины волны волоконных брэгговских решеток. Преимуществом метода также является его независимость от флуктуации мощности лазера. К недостаткам предложенного алгоритма следует отнести необходимость осуществления высокоточных вычислений, которые хотя и могут быть реализованы на любом современном компьютере, но вместе с тем занимают большее время.

Литература

1. Optical fiber sensor technology: Advanced applications - Bragg gratings and distributed sensors / ed. Grattan L.S., Meggitt B.T. - Springer US, 2000.
2. Kronenberg P. Relative humidity sensor with optical fiber Bragg gratings / P. Kronenberg, P.K. Rastogi, Ph. Giaccari, H.G. Limberger // Opt. Lett., OL. Optical Society of America, 2002. - Vol. 27, № 16. - P. 1385–1387.
3. Tai H. Theory of fiber optical Bragg grating: revisited / H. Tai // Optical Modeling and Performance Predictions. - SPIE. - 2004. - Vol. 5178. - P. 131–138.
4. Njegovec M. A Fiber-Optic Gas Sensor and Method for the Measurement of Refractive Index Dispersion in NIR / M. Njegovec, D. Donlagic // Sensors. - 2020. - Vol. 20, № 13. - P. 3717.
5. Tseng S.-M. Optical fiber Fabry-Perot sensors / S.-M. Tseng, C.-L. Chen // Appl. Opt., AO. Optica Publishing Group. - 1988. - Vol. 27, № 3. - P. 547–551.
6. Chen P. Cascaded-Cavity Fabry-Perot Interferometric Gas Pressure Sensor based on Vernier Effect / P. Chen, Yu. Dai, D. Zhang et al. // Sensors. - 2018. - Vol. 18, № 11. - P. 3677.
7. Campanella C.E. Mode-splitting cloning in birefringent fiber Bragg grating ring resonators / C.E. Campanella, P. Malara, C.M. Campanella et al. // Opt. Lett., OL. Optical Society of America. - 2016. - Vol. 41, № 12. - P. 2672–2675.
8. Campanella C.E. Investigation of refractive index sensing based on Fano resonance in fiber Bragg grating ring resonators / C.E. Campanella, F.D. Leonardi, L. Mastronardi // Opt. Express, OE. Optical Society of America. - 2015. - Vol. 23, № 11. - P. 14301–14313.
9. Chen F. Temperature tunable Fano resonance based on ring resonator side coupled with a MIM waveguide / F. Chen, H. Zhang, L. Sun et al. // Optics & Laser Technology. - 2019. - Vol. 116. - P. 293–299.
10. Mandal S. et al. A generalized approach for modeling and analysis of ring-resonator performance as optical filter / Sanjoy Mandal, Kamal Dasgupta, T.K. Basak et al. // Optics Communications. - 2006. - Vol. 1, № 264. - P. 97–104.
11. Limonov M.F. Fano resonances in photonics / M. Limonov, M. Rybin, A. N. Poddubny et al. // Nature Photon. Nature Publishing Group. - 2017. - Vol. 11, № 9. - P. 543–554.
12. Ben Hassen R. FBGs temperature sensor for electrosurgical knife subject to high voltage and high-frequency current / Ben Hassen R., C. Caucheteur, A. Delchambre // 2020. - Vol. 11354.
13. Pinet É. Temperature Fiber-Optic Point Sensors: Commercial Technologies and Industrial Applications / É. Pinet, S. Ellyson, F. Borne // Informacije MIDEM. - 2010. - Vol. 40.
14. Eom J. Fiber optic Fabry-Perot pressure sensor based on lensed fiber and polymeric diaphragm / J. Eom, Chang-Ju Park, B.H. Lee et al. // Sensors and Actuators A: Physical. - 2015. - Vol. 225. - P. 25–32.
15. Liang H. et al. Diaphragm-Free Fiber-Optic Fabry-Perot Interferometric Gas Pressure Sensor for High Temperature Application/ Hao Liang, Pinggang Jia, Jia Liu // Sensors. - 2018. - Vol. 18, № 4. - P. 1011.

16. Ledyankin M.A. Implementation of the Radiophotonic Method for Measuring Blade Deformations of a Helicopter Main Rotor Model / M.A. Ledyankin, S. A. Mikhailov, D.V. Nedel'ko et al. // Russ. Aeronaut. - 2020. - Vol. 63, № 4. - P. 767–770.
17. Sirohi J. Measurement of helicopter rotor blade deformation using digital image correlation/ J. Sirohi, Michael S. Lawson // Opt. Eng. - 2012. - Vol. 51, № 4. - P. 043603.
18. Липатников К.А. Оптический датчик контроля режима работы щеточно-коллекторного узла тяговых электродвигателей на основе ВБР / К.А. Липатников, А.А. Кузнецов, Л.М. Фасхутдинов и др. // Фотон-Экспресс. - 2019. - № 6 (158).
19. Морозов О.Г. Щетка как интеллектуальный узел электродвигателя / О.Г. Морозов, В.И. Артемьев, А.А. Кузнецов, И.И. Нуреев // Инженерный вестник Дона. - Ростов-на-Дону: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет». - 2016. - Vol. 40, № 1 (40). - P. 18.
20. Tosi D. Review and Analysis of Peak Tracking Techniques for Fiber Bragg Grating Sensors/ D. Tosi // 2017. - Sensors. - Vol. 17, № 10. - P. 2368.
21. Sakhabutdinov A.Zh. Clarification of the central wavelength FBG position in a poor signal-to-noise ratio conditions (in Russian) // A.Zh. Sakhabutdinov, I.I. Nureev, O.G. Morozov / Physics of Wave Processes and Radio Systems. - 2015. - Vol. 18, № 3–2. - P. 98–102.
22. Морозов О.Г. Уточнение центральной длины волны узких волоконных брэгговских решеток в условиях малой разрешающей способности оптического анализатора спектра и флуктуирующем уровне мощности / О.Г. Морозов, А.Ж. Сахабутдинов, В.И. Анфиногентов и др. // Вестник НЦБЖД. - 2020. - № 2. - P.160–166.
23. Anfinogentov V. Algorithm of FBG Spectrum Distortion Correction for Optical Spectra Analyzers with CCD Elements / V. Anfinogentov, K. Karimov, A. Kuznetsov et al. // Sensors (MDPI) - 2021. - Vol. 21, № 8. - P. 2817.
24. Аглиуллин А.Ф. Метод уточнения значения частотного сдвига спектра, полученного в условиях малой разрешающей способности анализатора / А.Ф. Аглиуллин, Т.А. Аглиуллин, Б.И. Валеев и др. // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. - 2022. - № 4(56). - С.63-74.
25. decimal — Decimal fixed point and floating point arithmetic [Electronic resource] // Python documentation. URL: <https://docs.python.org/3/library/decimal.html> (accessed: 27.06.2023).
26. Agliullin T. Comparative Analysis of the Methods for Fiber Bragg Structures Spectrum Modeling / T. Agliullin, V. Anfinogentov, O. Morozov et al. // Algorithms. - 2023. - Vol. 16, № 2. - P. 101.
27. Capmany J. Novel layer peeling algorithm for the synthesis of Fiber Bragg Gratings yielding smoother fabrication profiles / J. Capmany, S. Sales, Miguel A. Muriel et al. // Optical Fiber Communication Conference (2004). - Optica Publishing Group, 2004. - P. MF26.
28. Erdogan T. Fiber grating spectra / T. Erdogan // Journal Lightwave Technology. - 1997. - Vol. 15, № 8. - P. 1277–1294.
29. Abdallah Ikhlef. Uniform Fiber Bragg Grating modeling and simulation used matrix transfer method / Abdallah Ikhlef, R. Hedara, M. Chikh-Bled // IJCSI. - 2012. - Vol. 9, № 1. - P.368–374.
30. Fazzi L. Transfer matrix method for fundamental LP01 core mode coupling in a tilted FBG sensor / L. Fazzi, D. Klyukin, R.M. Groves // AIP Conference Proceedings. American Institute of Physics, 2020. - Vol. 2293, № 1. - P. 200010.

HIGH-ORDER INTERPOLATION AS A SUB-PIXEL PROCESSING METHOD IN CENTRAL WAVELENGTH ESTIMATION PROBLEMS

T.A. Agliullin, V.I. Anfinogentov, B.I. Valeev, A.Zh. Sakhabutdinov

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI
10, K. Marx st., Kazan, 420111, Russian Federation

Annotation: The goal of the work is to contribute to the knowledge base of methods and tools for sub-pixel processing of one-dimensional discrete spectra and signals for determining the position of the maximum of the spectrum (or signal) with an accuracy exceeding by two or more orders of magnitude the signal sampling interval.

Keywords: frequency shift detection, subpixel signal processing, central wavelength of reflection spectrum, central wavelength refinement methods.

Статья представлена в редакцию 30.06.2023 г.