

## МАТРИЦА РАССЕЯНИЯ ДВУНАПРАВЛЕННОГО Х-ОБРАЗНОГО ДЕЛИТЕЛЯ

*А.Ж. Сахабутдинов, В.И. Анфиногенов, Б.И. Валеев*

Казанский национальный исследовательский технический университет  
им. А.Н. Туполева-КАИ  
Российская Федерация, 420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 10

**Аннотация.** Представлена аналитическая модель для описания работы волоконно-оптического Х-образного делителя мощности, реализованного в виде четырехпортового устройства. Основное внимание уделено построению матрицы рассеяния (S-матрицы), отражающей распределение оптического сигнала между входными и выходными портами с учётом фазовых сдвигов, коэффициентов отражения и потерь внутри устройства. Рассмотрены условия унитарности матрицы, вытекающие из закона сохранения энергии, что позволяет установить взаимосвязь между коэффициентами деления мощности на разных портах. Предложенная модель может служить основой для оптимизации характеристик оптических разделителей в интегральных оптических схемах.

**Ключевые слова:** Х-образный делитель, матрица рассеяния, четырехполюсник, волоконная оптика, эванесцентное поле, теория связанных мод, унитарность, фазовый сдвиг, закон сохранения энергии.

### Введение

Двунаправленные оптические разветвители оптической мощности являются фундаментальными элементами во многих приложениях фотоники и оптоэлектроники. Их используют для разделения и суммирования оптических сигналов, реализации интерфейсов в волоконно-оптических линиях связи и для построения сложных топологий в интегральных оптических схемах. Возможность управления коэффициентами передачи и отражения (или, в более общем случае, распределения мощности) открывает путь к точной настройке характеристик систем, особенно при разработке элементов мультиплексирования, фильтрации, коммутации и преобразования поляризационных состояний. При этом учёт двунаправленности устройства является ключевым в задачах, где обратные отражения или перекрёстные помехи существенно влияют на качество передачи сигнала и энергетический баланс в системе.

Для обеспечения надёжного моделирования и дальнейшей оптимизации устройств требуется формально описать процессы переноса энергии во всех портах разветвителя, учитывая возможные нелинейности, дисперсионные эффекты и неоднородности материала. Необходима математическая модель, которая могла бы гибко учитывать особенности разветвителя в конструировании и отладке волоконно-оптических систем.

На первых этапах развития интегральной оптики широкое применение нашли матричные методы (например, S- или T-матрицы) [1,2], позволяющие линеаризовать задачу и свести моделирование к умножению матриц передачи для волноводных элементов. В простейших постановках принималось, что разветвитель имеет фиксированный коэффициент разделения мощности (50:50 или 75:25 и т.д.) и является односторонним [3]. Модификации такого подхода для частичного учёта двунаправленности заключались в добавлении соответствующих строк и столбцов, чтобы отразить обратный поток энергии в системе, однако точность таких решений могла снижаться при усложнении структуры.

С развитием фотоники стало понятно, что взаимодействие мод внутри волноводных структур, особенно при формировании полных направляющих переходов (полносвязных или частично-связных волноводов), лучше описывается теорией связанных мод (coupled-mode theory) [4]. В рамках данной теории составляются дифференциальные уравнения для коэффициентов амплитуд взаимодействующих мод, где коэффициент связи мог быть неоднородным вдоль структуры. Подобный подход дает более точные результаты и учитывает пространственную эволюцию сигнала, однако в классических постановках рассматривался чаще всего однона правленный режим или же двунаправленность учитывалась посредством упрощённых граничных условий.

В более современных исследованиях для точного учёта топологических особенностей и неоднородностей волноводных каналов применяются прямые численные решения уравнений Максвелла (метод конечных разностей во временной области, или метод конечных элементов) [5,6]. Такие подходы отличаются высокой вычислительной сложностью и обеспечивают высокую степень детализации, включая моделирование поляризационных эффектов и нелинейностей материала. Тем не менее, при проектировании комплексных схем требуется более аналитический и общий способ описания, чтобы снизить вычислительные затраты и упростить интерпретацию результатов.

На следующем витке развития стали появляться гибридные методы, совмещающие преимущества матричной формализации и численного решения дифференциальных уравнений, что позволяет учитывать одновременно неоднородное распределение коэффициентов связи и двунаправленность распространения сигнала [7]. Некоторые работы предлагают использовать вариант многопараметрической декомпозиции матричных уравнений, позволяющей настраивать произвольные коэффициенты разделения мощности для каждого порта в зависимости от геометрии, материала и требуемых рабочих длин волн [8].

Таким образом, несмотря на наличие обширного инструментария для моделирования оптических разветвителей, полноценных решений, полностью учитывающих произвольное распределение мощностей между всеми портами и двунаправленный характер распространения света, по-прежнему относительно мало. Предлагаемая модель служит дальнейшим развитием существующих методов и способствует созданию более универсальных, управляемых и оптимизированных x-разветвителей для широкого круга задач фотоники и интегральной оптики.

### Математическая модель X-coupler

Задача состоит в построении матрицы рассеяния ( $S$ -матрицы) для двунаправленного X-образного делителя мощности (X-coupler), применяемого в волоконной оптике. Рассмотрим, как построить такую матрицу с учётом физических ограничений и свойств устройства. Рассмотрим четырехпортовый X-coupler с номерами портов 1 и 2, 3 и 4,

Рис. 1.

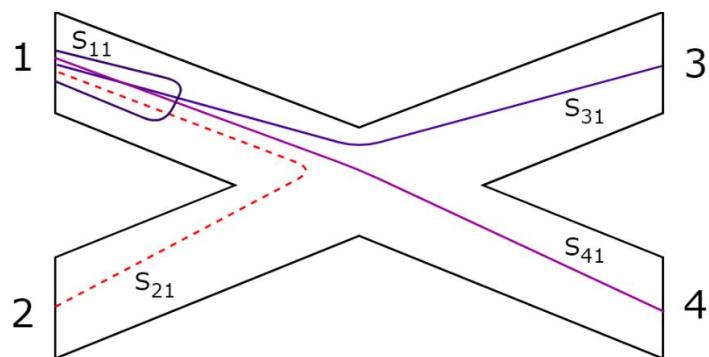


Рис. 1. Схематичное изображение X-coupler

Мощность входного сигнала делится между выходными портами по заданным пропорциям, симметрия устройства обеспечивает одинаковое поведение при инверсии входных и выходных портов. Обозначим основные пути передачи: сигнал из порта 1 передаётся в порты 3 и 4; сигнал из порта 2 передаётся в порты 3 и 4; сигнал из порта 3 передаётся в порты 1 и 2; сигнал из порта 4 передаётся в порты 1 и 2. Передача сигналов между портами 1 и 2 (2 и 1); портами 3 и 4 (4 и 3) отсутствует.

С учётом указанных особенностей матрица рассеяния для X-coupler примет следующий вид:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 \\ S_{41} & S_{42} & 0 & S_{44} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Определение элементов S-матрицы. Суть  $S_{ik}$  элемента матрицы определяется как коэффициент передачи сигнала из  $k$ -го порта устройства в  $i$ -ый. В общем виде, передача сигнала происходит как с изменением амплитуды, так и с фазовой задержкой, и, в общем случае, элементы матрицы рассеяния комплексные.

Диагональные элементы ( $S_{ii}$ ) определяют долю обратно отражённого сигнала в тот же порт, в который он был направлен. Коэффициенты отражения на портах определим как:

$$S_{i,i} = \sqrt{\beta_i} \cdot e^{j\varphi_i}, \quad (2)$$

где  $\beta_i$  — коэффициент отражения,  $\varphi_i$  — фазовый сдвиг при отражении на порту.

Недиагональные элементы ( $S_{ik}$ ,  $i \neq k$ ) определяют передачу сигнала между портами и зависят от:  $\alpha$  — коэффициента затухания внутри самого устройства, коэффициента деления интенсивности ( $\gamma_{ik}$ ,  $i \neq k$ ) и фазового сдвига ( $\varphi_{ik}$ ,  $i \neq k$ ) для каждого пути:

$$S_{ik} = \sqrt{\gamma_{ik}(1-\alpha)} \cdot e^{j\varphi_{ik}}. \quad (3)$$

Подставляя выражения (2) и (3) в (1), получим итоговую S-матрицу:

$$\begin{pmatrix} \sqrt{\beta_1} \cdot e^{j\varphi_{11}} & 0 & \sqrt{\gamma_{13}(1-\alpha)} \cdot e^{j\varphi_{13}} & \sqrt{\gamma_{14}(1-\alpha)} \cdot e^{j\varphi_{14}} \\ 0 & \sqrt{\beta_2} \cdot e^{j\varphi_{22}} & \sqrt{\gamma_{23}(1-\alpha)} \cdot e^{j\varphi_{23}} & \sqrt{\gamma_{24}(1-\alpha)} \cdot e^{j\varphi_{24}} \\ \sqrt{\gamma_{31}(1-\alpha)} \cdot e^{j\varphi_{31}} & \sqrt{\gamma_{32}(1-\alpha)} \cdot e^{j\varphi_{32}} & \sqrt{\beta_3} \cdot e^{j\varphi_{33}} & 0 \\ \sqrt{\gamma_{41}(1-\alpha)} \cdot e^{j\varphi_{41}} & \sqrt{\gamma_{42}(1-\alpha)} \cdot e^{j\varphi_{42}} & 0 & \sqrt{\beta_4} \cdot e^{j\varphi_{44}} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

### Закон сохранения энергии

Запишем закон сохранения энергии, который выражается в требовании унитарности матрицы  $S$  [9], то есть результат произведения матрицы  $S$  на ее эрмитово сопряженную матрицу<sup>1</sup> должен равняться единичной матрице  $S \times S^\dagger = E$  или, иными словами,  $S^{-1} = S$ , где  $S^\dagger = (S^T)^*$ , где  $T$  — оператор транспонирования, а  $*$  — комплексной сопряженности. Следуя свойствам унитарных операторов, можно записать  $S^\dagger \times S = S \times S^\dagger = E$ . Последнее соотношение означает, что сумма квадратов элементов каждой строки или столбца равняется единице. Фактически, это требование эквивалентно требованию закона сохранения энергии, когда количество входящей в устройство энергии равно количеству исходящей энергии, включая потери внутри самого устройства.

Тогда для каждого из портов сумма мощностей отражённых и переданных сигналов должна быть равна единице:

$$\sum_i |S_{i,k}|^2 = \sum_k |S_{i,k}|^2 = 1 , \quad (5)$$

или, если записать в терминах, введенных в (4) обозначений, получим:

$$\begin{cases} \beta_1 + \gamma_{31}(1-\alpha) + \gamma_{41}(1-\alpha) = 1, & \beta_1 + \gamma_{13}(1-\alpha) + \gamma_{14}(1-\alpha) = 1, \\ \beta_2 + \gamma_{32}(1-\alpha) + \gamma_{42}(1-\alpha) = 1, & \beta_2 + \gamma_{23}(1-\alpha) + \gamma_{24}(1-\alpha) = 1, \\ \gamma_{13}(1-\alpha) + \gamma_{23}(1-\alpha) + \beta_3 = 1, & \gamma_{31}(1-\alpha) + \gamma_{32}(1-\alpha) + \beta_3 = 1, \\ \gamma_{14}(1-\alpha) + \gamma_{24}(1-\alpha) + \beta_4 = 1, & \gamma_{41}(1-\alpha) + \gamma_{42}(1-\alpha) + \beta_4 = 1. \end{cases} \quad (6)$$

Упростим (6), в предположении, что все отражения  $\beta_k$  от всех портов, и потери в самом устройстве  $\alpha$  определены и заданы. Выбор этих параметров в качестве известных обосновывается тем, что они могут быть с легкостью измерены для любого устройства. Неизвестными останутся восемь коэффициентов деления  $\gamma_{ik}$ , связанных между собой восьмью соотношениями:

$$\begin{cases} \gamma_{31} + \gamma_{41} = \gamma_{13} + \gamma_{14}, & \gamma_{31} + \gamma_{41} = \frac{1-\beta_1}{1-\alpha}, \\ \gamma_{32} + \gamma_{42} = \gamma_{23} + \gamma_{24}, & \gamma_{32} + \gamma_{42} = \frac{1-\beta_2}{1-\alpha}, \\ \gamma_{13} + \gamma_{23} = \gamma_{31} + \gamma_{32}, & \gamma_{13} + \gamma_{23} = \frac{1-\beta_3}{1-\alpha}, \\ \gamma_{14} + \gamma_{24} = \gamma_{41} + \gamma_{42}, & \gamma_{14} + \gamma_{24} = \frac{1-\beta_4}{1-\alpha}. \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \gamma_{13} + \gamma_{14} = \frac{1-\beta_1}{1-\alpha}, & \gamma_{31} + \gamma_{41} = \frac{1-\beta_1}{1-\alpha}, \\ \gamma_{23} + \gamma_{24} = \frac{1-\beta_2}{1-\alpha}, & \gamma_{32} + \gamma_{42} = \frac{1-\beta_2}{1-\alpha}, \\ \gamma_{31} + \gamma_{32} = \frac{1-\beta_3}{1-\alpha}, & \gamma_{13} + \gamma_{23} = \frac{1-\beta_3}{1-\alpha}, \\ \gamma_{41} + \gamma_{42} = \frac{1-\beta_4}{1-\alpha}, & \gamma_{14} + \gamma_{24} = \frac{1-\beta_4}{1-\alpha}. \end{cases} \quad (7)$$

Внимательный анализ (7) показывает, что для того, чтобы соблюдался закон сохранения энергии, необходимо, чтобы сумма коэффициентов деления мощности, выходящей из данного порта, равнялась сумме коэффициентов деления мощности, входящей в этот порт. Перепишем (7) в матричной форме:

---

1 Эрмитово сопряжённая матрица (сопряжённо-транспонированная матрица) — матрица  $A^*$  с комплексными элементами, полученная из исходной матрицы  $A$  транспонированием и заменой каждого элемента комплексно-сопряжённым ему

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{14} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{24} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{32} \\ \gamma_{41} \\ \gamma_{42} \end{pmatrix} = \frac{1}{1-\alpha} \begin{pmatrix} 1-\beta_1 \\ 1-\beta_1 \\ 1-\beta_2 \\ 1-\beta_2 \\ 1-\beta_3 \\ 1-\beta_3 \\ 1-\beta_4 \\ 1-\beta_4 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Можно заметить, что если из первой строчки матрицы вычесть шестую, а из восьмой строчки третью, то получим две линейно связанные строки. Еще две линейно связанные строки получаются если из седьмой строки вычесть четвертую, а из второй вычесть пятую.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{14} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{24} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{32} \\ \gamma_{41} \\ \gamma_{42} \end{pmatrix} = \frac{1}{1-\alpha} \begin{pmatrix} \beta_3 - \beta_1 \\ \beta_3 - \beta_1 \\ 1 - \beta_2 \\ 1 - \beta_2 \\ 1 - \beta_3 \\ 1 - \beta_3 \\ \beta_2 - \beta_4 \\ \beta_2 - \beta_4 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Как следствие, матрица  $8 \times 8$  полученной неоднородной системы линейных уравнений (9) вырождена, её определитель равен нулю, а ранг матрицы равен 6.

Следовательно, и максимальное число линейно независимых уравнений тоже равно шести. Для того чтобы система уравнений (8) имела однозначное решение, необходимо, чтобы две переменные были определены заранее, и чтобы исключить вероятность выбора двух линейно зависимых между собой строк, необходимо определить одну переменную из 1, 3, 6 или 8 уравнений, а вторую переменную из 2, 4, 5 или 7 уравнений, что предоставляет довольно свободный выбор.

Система уравнений совместна тогда и только тогда, когда пара 1 и 8 и пара 2 и 7 совпадают, следовательно:

$$\beta_1 + \beta_2 = \beta_3 + \beta_4, \quad (10)$$

тогда суммарный коэффициент отражения в портах 1 и 2 должен быть равен суммарному коэффициенту отражения в портах 3 и 4.

### Частное решение

Пусть параметрами, дополнительно заданными к коэффициентам отражения и коэффициенту затухания, будут отношения распределения мощностей при передаче из первого порта в третий —  $\gamma_{31}$  и из третьего порта в первый —  $\gamma_{13}$ . В этом случае система уравнений (9) сводится до системы линейных уравнений, которая решается аналитически:

$$\begin{aligned}
 \beta_4 &= \beta_1 + \beta_2 - \beta_3 \\
 \gamma_{32} &= \frac{1-\beta_3}{1-\alpha} - \gamma_{31} & \gamma_{23} &= \frac{1-\beta_3}{1-\alpha} - \gamma_{13} \\
 \gamma_{42} &= \frac{\beta_3 - \beta_2}{1-\alpha} + \gamma_{31} & \gamma_{24} &= \frac{\beta_3 - \beta_2}{1-\alpha} + \gamma_{13} \\
 \gamma_{41} &= \frac{1-\beta_1}{1-\alpha} - \gamma_{31} & \gamma_{14} &= \frac{1-\beta_1}{1-\alpha} - \gamma_{13}
 \end{aligned} \tag{11}$$

При полностью заданных параметрах:  $\alpha$  — коэффициента затухания внутри разветвителя, коэффициентов отражения на трех любых портах (для (11) это  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  — коэффициенты отражения на первом, втором третьем портах), и отношения распределения мощностей при передаче света между портами (для (11) это коэффициент передачи из первого порта в третий —  $\gamma_{31}$  и из третьего порта в первый —  $\gamma_{13}$ ).

### Фазовые соотношения

Помимо коэффициентов изменения амплитуды, матрица рассеяния (4) X-образного делителя мощности включает в себя фазовые  $\phi_{i,k}$  приращения, которые принимает оптический сигнал при прохождении через устройство. Прошедшая через границу раздела волна, всегда совпадает по фазе с падающей волной и скачок фазы на границе отсутствует. Фазовые соотношения между падающей волной и отраженной волной зависят от показателей преломления сред и углов падения и отражения. В случае с X-образным разветвителем углы падения и отражения весьма близки к нулю и значительно меньше углов Брюстера. То есть параллельные компоненты поля в отраженной и падающей волне имеют одинаковые знаки, что обеспечивает скачок для отраженной волны фазы на  $\pi$ .

Волоконно-оптический X-образный делитель мощности — это устройство, состоящее из двух близко расположенных оптических волноводов, световые волны которых взаимодействуют через их эманесцентные поля (evanescent field). Когда свет вводится в один из волноводов, часть энергии передаётся во второй волновод благодаря перекрёстной связи мод. Этот процесс описывается с помощью теории связанных мод. Когда два волновода расположены близко, их амплитуды влияют друг на друга. Согласно теории связанных мод, взаимодействие световых волн в двух близко расположенных волноводах приводит к периодической перекачке энергии между волноводами с периодом, определяемым коэффициентом связи мод. В результате такой интерференции фаза перекрёстно переданного сигнала на выходных портах X-образного делителя мощности смешена на  $\pi/2$  относительно друг друга [10].

Пусть прохождение излучения через устройство получает фазовую задержку  $\phi$ , одинаковую как для прямого, так и для обратного распространения волны, тогда фазовые соотношения в матрице рассеяния могут быть записаны так:

$$\left( \begin{array}{cccc}
 -\sqrt{\beta_1} e^{j\phi} & 0 & \sqrt{\gamma_{13}(1-\alpha)} e^{j\phi} & j\sqrt{(1-\beta_1 - \gamma_{13}(1-\alpha))} e^{j\phi} \\
 0 & -\sqrt{\beta_2} e^{j\phi} & j\sqrt{(1-\beta_3 - \gamma_{13}(1-\alpha))} e^{j\phi} & \sqrt{(\beta_3 - \beta_2 + \gamma_{13}(1-\alpha))} e^{j\phi} \\
 \sqrt{\gamma_{31}(1-\alpha)} e^{j\phi} & j\sqrt{(1-\beta_3 - \gamma_{31}(1-\alpha))} \cdot e^{j\phi} & -\sqrt{\beta_3} e^{j\phi} & 0 \\
 j\sqrt{(1-\beta_1 - \gamma_{31}(1-\alpha))} e^{j\phi} & \sqrt{(\beta_3 - \beta_2 + \gamma_{31}(1-\alpha))} \cdot e^{j\phi} & 0 & -\sqrt{\beta_1 + \beta_2 - \beta_3} e^{j\phi}
 \end{array} \right) \tag{12}$$

Итоговая матрица (12) рассеяния двунаправленного X-образного делителя мощности отвечает и требованиям унитарности матрицы и фазовым соотношениям.

## Заключение

Предложенная аналитическая модель S-матрицы для двунаправленного X-образного делителя мощности демонстрирует эффективность использования матричных методов для описания распределения оптической энергии в сложных волноводных структурах. Применение теории связанных мод и учет эванесцентных полей позволяют не только правильно предсказать фазовые соотношения между различными портами, но и обеспечить соблюдение принципа сохранения энергии через унитарность матрицы. Полученные результаты являются ценным инструментом при разработке и оптимизации оптических разделителей в волоконной оптике, а также открывают возможности для дальнейших исследований в области интегральной фотоники.

## Список литературы

1. Mackay T.G. The Transfer-Matrix Method in Electromagnetics and Optics / T.G. Mackay, A. Lakhtakia // 1st ed. 2020. Cham: Springer International Publishing, 2020. 126 p. DOI:10.2200/S00993ED1V01Y202002EMA001
2. Аглиуллин Т.А. Сравнительный анализ методов моделирования спектра волоконных брэгговских решеток / Т.А. Аглиуллин et al. // Электроника, фотоника и киберфизические системы. - 2023. - Vol. 3, № 1. - P. 13–28.
3. Tan Li. An iterative transfer matrix inverse scattering technique for the synthesis of co-directional optical couplers and filters / Li Tan, C. Laliew, A. Gopinath // IEEE Journal Quantum Electron. - 2002. - Vol. 38, № 4. - P. 375–379.
4. Haus H.A. Coupled-mode theory / H.A. Haus, W. Huang // Proc. IEEE. - 1991. - Vol. 79, № 10. - P. 1505–1518.
5. Durr F. Analytical design of X-couplers / F. Durr, H. Renner // Journal of Lightwave Technology. - 2005. - Vol. 23, № 2. - P. 876–885.
6. Mohammed M. Finite element modeling of coupling characteristics of directional coupler for multiplexer and de-multiplexer application / M. Mohammed // Journal of Physics: Conference Series. - 2021. - Vol. 2130, № 1. - P. 012035.
7. Farjady F. Matrix coupled mode theory model of strongly coupled multiwaveguide optical nonlinear directional couplers / F. Farjady, M.G.F. Wilson, P.M. Radmore // Optical and Quantum Electronics. - 2001. - Vol. 33, № 2. - P. 173–188.
8. Liu X. Minimal optical decomposition of ray transfer matrices / X. Liu, K.-H. Brenner // Applied Optics. - 2008. - Vol. 47, № 22. - P. E88.
9. Newton R.G. Scattering Theory of Waves and Particles. / R.G. Newton // 2nd ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin / Heidelberg, 1982. - 1 p.
10. Афанасьев В.М. Формирование излучения с перестраиваемым асимметричным трехчастотным спектром для радиофотонного векторного анализатора цепей / В.М. Афанасьев et al. // Оптический журнал. - 2021. - Vol. 88, № 5. - P. 3–14.

## SCATTERING MATRIX OF THE BIDIRECTIONAL X-COUPLER

*A.Zh. Sakhabutdinov, V.I. Anfinogentov, B.I. Valeev*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI  
10, K. Marx, Kazan, 420111, Russian Federation

**Annotation.** An analytical model for describing the operation of a fiber-optic X-shaped power divider implemented as a four-port device is presented. The main attention is paid to the construction of a scattering matrix (S-matrix) reflecting the distribution of the optical signal between the input and output ports, taking into account phase shifts, reflection coefficients and losses inside the device. The unitarity conditions of the matrix derived from the law of conservation of energy are considered, which allows us to establish the relationship between the power division coefficients at different ports. The proposed model can serve as a basis for optimizing the characteristics of optical dividers in integrated optical circuits.

**Key words:** X-coupler, scattering matrix, quadrupole, fiber optics, evanescent field, coupled mode theory, unitarity, phase shift, energy conservation law.

Статья представлена в редакцию 15 декабря 2024г.