EDN: OGLIBD
УДК 664.9.03

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВАКУУМНО-ИМПУЛЬСНОЙ СУШКЕ РАСТИТЕЛЬНОГО СЫРЬЯ

В.А. Наумов

Калининградский государственный технический университет
Российская Федерация, 236022, г. Калининград, Советский пр., 1

Аннотация. Разработанная ранее математическая модель газодинамических процессов в установке вакуумно-импульсной сушки (УВИС) была использована для исследования начальной стадии сушки моркови. Показано, что в производственных условиях УВИС нельзя пренебрегать влиянием массового расхода испаряющейся воды на газодинамические процессы. Был рассмотрен ограниченный временной отрезок: второй этап первого цикла ВИС, когда интенсивность испарения наибольшая. Такое ограничение позволило воспользоваться значением интенсивности испарения по данным экспериментов при сушке моркови. Система дифференциальных уравнений баланса газа была решена численным методом при нескольких значениях исходной массы моркови. При ее увеличении с 1 до 60 кг время выравнивания давлений возросло с 7,7 до 9,6 секунд; значение равновесного давления – с 17,95 до 19,64 кПа.

Ключевые слова: вакуумно-импульсная сушка, газодинамические процессы, математическая модель, растительное сырье, интенсивность испарения, дифференциальные уравнения.

Введение

Вакуумная сушка широко используется для обработки растительной биомассы [1,2]. Опубликовано большое количество результатов исследования вакуумной сушки растительного сырья в пищевой технологии [3–5]. Так в [3] для повышения скорости вакуумной сушки, было создано новое устройство, оснащенное блоком конденсации, путем помещения охлаждающей пластины в вакуумную камеру для конденсации водяного пара в жидкость. Это устройство использовалось для изучения скорости сушки ломтиков яблок, деградации питательных веществ и изменения цвета при трех методах сушки (сушка горячим воздухом, вакуумная сушка и вакуумная сублимационная сушка). Результаты показали, что применение нового устройства значительно усилило эффект сушки яблочных ломтиков. Скорость сушки была самой высокой, а потребление энергии было самым низким среди протестированных методов сушки. Содержание аскорбиновой кислоты, общее содержание фенола и антиоксидантная активность были улучшены.

В [4] было исследовано влияние модуляция мощности микроволн во время вакуумной сушки сладкого картофеля. Образцы картофеля предварительно очищали от кожуры, нарезали ломтиками и бланшировали. Модуляция мощности микроволн во время сушки позволила гарантировать умеренные температуры, уменьшая количество пригорающих пятен при производстве закусок из сладкого картофеля. Исследование [4] продемонстрировало, что автоматический контроль температуры приводит к получению высококачественных чипсов из сладкого картофеля при микроволновой обработке.

Мощность микроволн, степень вакуума и температура при сушке ломтиков чеснока были исследованы в [5]. Были изучены цвет ломтиков чеснока, содержание тиосульфината, коэффициент регидратации и общая оценка. Параметры микроволновой вакуумной сушки

ломтиков чеснока были оптимизированы. Результаты исследования показали, что кривая вакуумной сушки чеснока соответствуют характеристикам сушки пищевых продуктов.

Существует несколько методов вакуумной сушки. В ряде работ, в том числе [6–9], были показаны преимущества установки вакуумно-импульсной сушки (УВИС), в частности, заметное уменьшение времени сушки. Главное внимание в названных трудах уделено возможности интенсификации процесса на основе анализа кривых сушки – уменьшение массы объекта сушки M по времени t. Обратим внимание, что экспериментальные исследования были выполнены в лабораторных условиях: объем объекта сушки был много меньше объема сушильной камеры V_1. Поэтому испаряющаяся влага, практически, не влияла на газодинамические процессы в сушильной камере.

В производственных условиях ситуация иная: растительная биомасса может занимать заметную часть сушильной камеры, поэтому приток влаги в нее может быть сравним с оттоком. Математическая модель газодинамических процессов, позволяющая учесть влияние этого явления, была предложена в статье [10]. Но численное исследование было выполнено без его учета.

Цель данной статьи – математическое моделирование газодинамических процессов в начальный период вакуумно-импульсной сушки растительного сырья с учетом влияния интенсивности испарения.

Материалы и методы

В математическом моделировании ориентируемся на установку ВИС, принципиальная схема которой представлена на рис. 1.

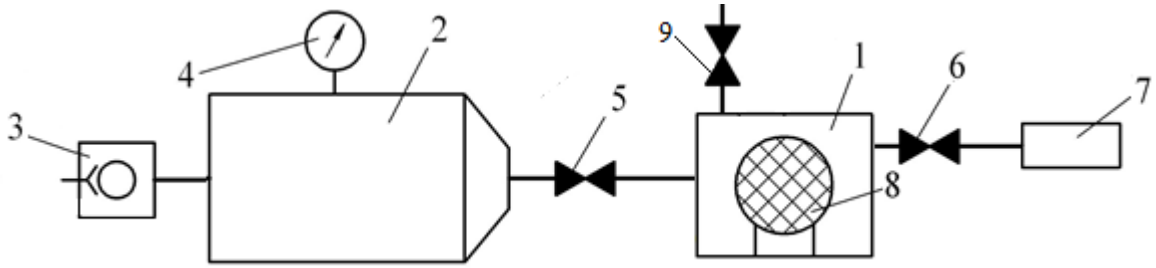


Рис. 1. Схема УВИС [9]: 1 – вакуумная камера; 2 – ресивер; 3 – вакуумный насос; 4 – вакуумметр; 5, 6, 9 – кран шаровой; 7 – нагреватель; 8 – емкость с биомассой

Работа УВИС включает последовательные циклы. Число необходимых циклов зависит от объекта сушки [8, 9]. Каждый цикл состоит из этапов. Первый этап работы заключается в откачивании воздуха из ресивера 2 с помощью вакуумного насоса 3 до некоторого давления P_{20}. Одновременно происходит нагревание воздуха в камере 1 до нужной температуры T_{10}. При этом краны 5 и 9 закрыты, а кран 6 открыт. Газодинамические процессы на этом этапе были подробно изучены в [10, 11], и здесь рассматриваться не будут.

Второй этап начинается после открытия крана 5 и закрытия 6 на рис. 1. Он происходит в виде импульса (краткого воздействия). Газ из сушильной камеры 1 по трубопроводу поступает в ресивер 2. При дозвуковом течении в трубе постоянного диаметра массовый расход газовой смеси зависит от давления на входе P_1 и на выходе P_2 [12]:

$$G = S \cdot \sqrt{\frac{\left(P_{1(\gamma+1)/\gamma} - P_{2(\gamma+1)/\gamma}\right)}{\left(\frac{\lambda L}{2D} + \frac{1}{\gamma}\ln\frac{P_1}{P_2}\right) \cdot R_1 T_1 \cdot P_{1(1-\gamma)/\gamma}}} \cdot \frac{\gamma}{\gamma+1}, \quad (1)$$

где L, D – длина и внутренний диаметр трубы, соответственно, γ – показатель адиабаты газа, λ – коэффициент гидравлических потерь по длине трубы, R_1 – газовая постоянная, T_1 – термодинамическая температура в сушильной камере, $S=\pi D^2/4$ – площадь поперечного сечения трубопровода.

Коэффициент гидравлических потерь на трение можно рассчитать по известной формуле Альтшуля:

$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{\Delta}{D} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}25}, \ \mathrm{Re} = \frac{D \cdot \rho \cdot W}{\mu}, \tag{2}$$

где Re – число Рейнольдса, Δ – абсолютная эквивалентная шероховатость стенки трубы, ρ – плотность газа, μ – коэффициент динамической вязкости газа, $W=G/(\rho S)$ – скорость течения.

Процесс выравнивания давлений на втором этапе может быть описан системой дифференциальных уравнений [10]:

$$\frac{d\,m_1}{d\,t} = -G + \Theta, \ \frac{d\,m_2}{d\,t} = G, \quad m_1(0) = m_{10}, m_2(0) = m_{20}, \tag{3}$$

где m_1, m_2 – масса газа в сушильной камере и в ресивере в некоторый момент времени t второго этапа, соответственно, Θ – интенсивность испарения объектов сушки (кг/с).

Массу газа в вакуумной камере и в ресивере в начале второго этапа рассчитаем по уравнению состояния:

$$m_{10} = P_{10}\, V_{11} /(R_1\, T_{10}), \ m_{20} = P_{20}\, V_2 /(R_2\, T_{20}). \tag{4}$$

В [10] был рассмотрен случай, соответствующий лабораторным условиям, когда исходный объем биомассы V_0 мал по сравнению с объемом сушильной камеры V_1. Тогда $\Theta \ll G$, и в первом уравнении (3) было положено $\Theta \approx 0$. Что позволило упростить задачу Коши (4).

В данном исследовании рассматриваются производственные условия, когда V_0 занимает заметную часть объема V_1; поэтому величины G и Θ могут иметь одинаковый порядок. Массу газа в сушильной камере и в ресивере в начале второго этапа рассчитаем по уравнению состояния:

$$m_{10} = P_{10}\, V_{11} /(R_1\, T_{10}), \ m_{20} = P_{20}\, V_2 /(R_2\, T_{20}). \tag{4}$$

$$V_{11} = V_1 - V_0 = V_1 - M_0 /\rho_C, \tag{5}$$

где V_{11} – объем сушильной камеры, за вычетом начального объема биомассы, M_0, ρ_C – масса и плотность объекта сушки в начале второго этапа, соответственно.

Величина Θ зависит от большого числа факторов, в том числе, от давления, температуры и влажности воздуха в сушильной камере, а также от свойств объекта сушки. Выявление такой зависимости является нетривиальной задачей. В данной статье ограничимся полуэмпирической моделью: воспользуемся результатами экспериментального исследования [7]. На рис. 2 представлена динамика изменения отношения массы моркови у ее начальному значению $\omega_i = M_i /M_0$ (опытные точки) за большое число циклов. По ним были рассчитана оценка производной на каждом интервале:

$$\omega'_i = (\omega_i - \omega_{i+1})/(t_{i+1} - t_i). \tag{6}$$

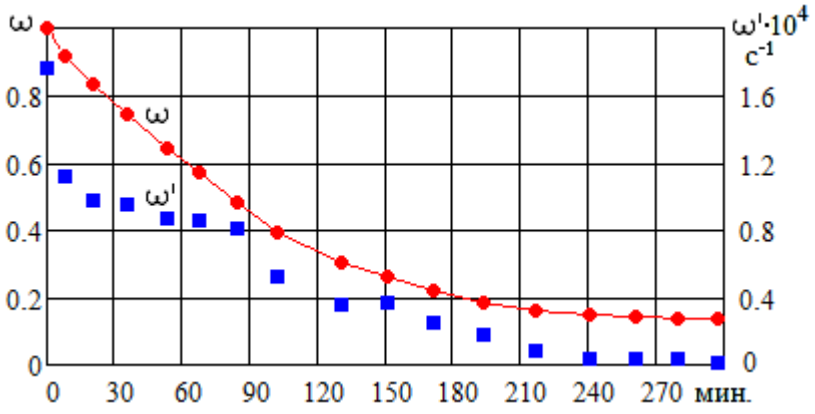


Рис. 2. Динамика ВИС моркови по экспериментальным данным [7]

Видно, что наибольшая интенсивность сушки наблюдалась во время первого цикла. Далее она заметно снижалась, стремясь к нулю после 290 минут сушки. В данной статье рассмотрим газодинамические процессы только на втором этапе первого цикла, где $\omega'=1{,}767\cdot10^{-4}$ с$^{-1}$. Тогда интенсивность испарения можно рассчитать как произведение величины этой производной на исходную массу сырья: $\Theta=\omega'\cdot M_0$.

Результаты исследования

Решение задачи Коши (3) было найдено численным методом. Расчеты выполнены при начальных давлениях $P_1(0)=P_a$, $P_2(0)=0{,}1\ P_a$ (P_a – атмосферное давление) и следующих значениях параметров УВИС: L = 3 м, D = 20 мм, Δ=0,1 мм, V_1 = 300 л, V_2 = 1,5 м^3, ρ_C=1060 кг/м^3. Результаты расчетов при различных значениях исходной массы моркови M_0 представлены на рис. 3-5.

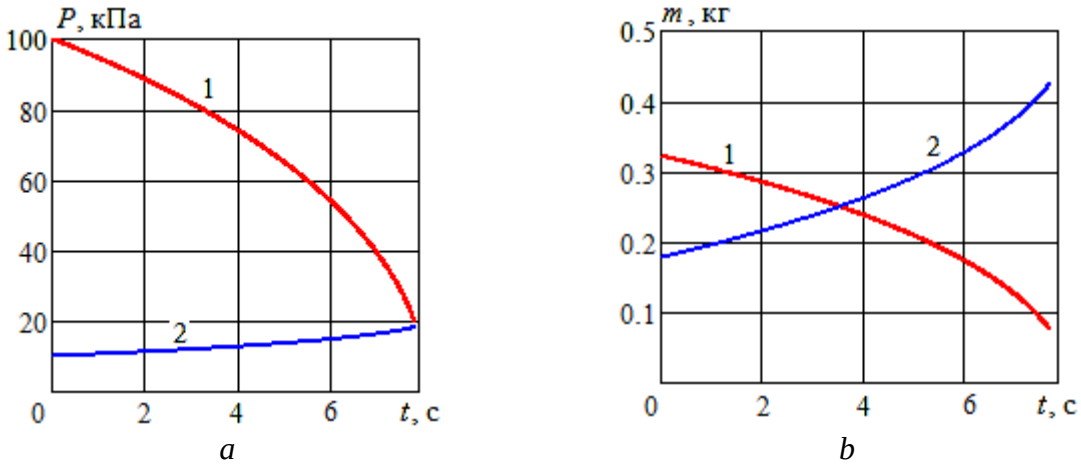


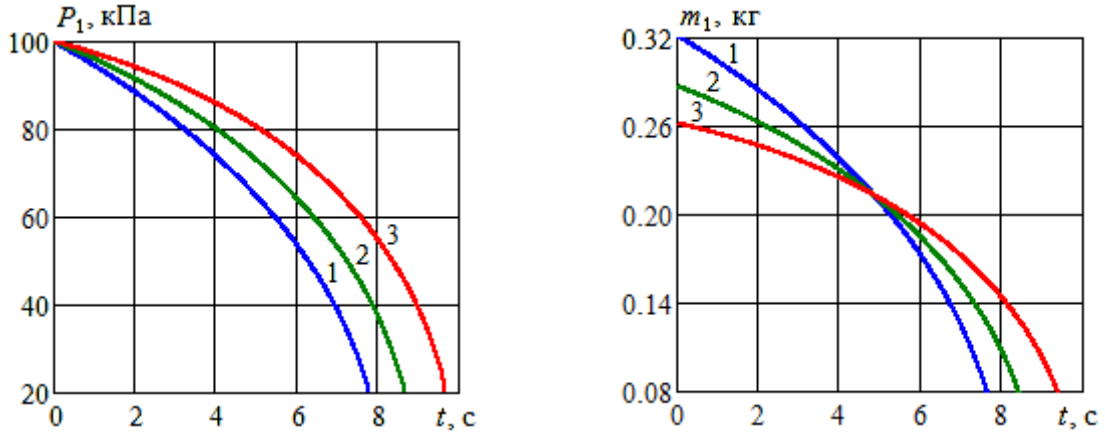
Рис. 3. Динамика давления (*a*) и массы газа (*b*) на втором этапе при исходной массе сырья M_0 = 1 кг: 1 – в сушильной камере, 2 – в ресивере

Рис. 3 – это результаты расчета с малой исходной массой сырья, когда $\Theta \ll G$. По рис. 3*a* видно, что выравнивание давлений в сушильной камере и в ресивере произошло за 7,7 с, значение составило около 20 кПа. За это время масса газа в камере уменьшилась с 322 до 75 г, а в ресивере увеличилось с 178 до 426 г.

На рис. 4, 5 показаны результаты расчета давления и массы газа для трех значениях исходной массы сырья при остальных одинаковых условиях. Чем больше M_0, тем большая

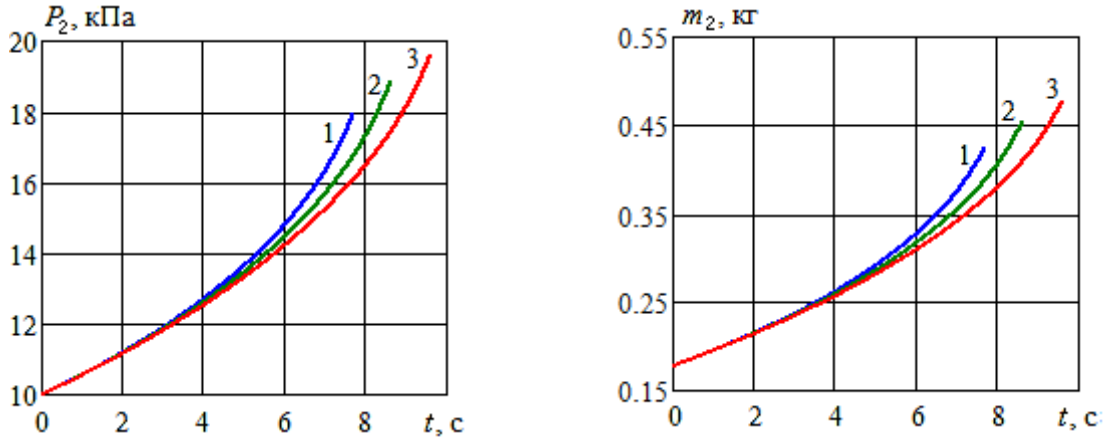
масса испарившейся жидкости попадает в сушильную камеру в первом цикле. Поэтому давление в камере спадает медленнее, время выравнивания давлений увеличивается: во втором случае до 8,6 с, в третьем – 9,6 с. Начальная масса воздуха в сушильной камере уменьшается с увеличением M_0. В дальнейшем снижение величины m_1 идет медленнее из-за большей интенсивности испарения. К завершению импульса m_1 тем больше, чем больше M_0.

Указанный эффект наглядно демонстрирует рис 5. В первом случае равновесное давление в конце второго этапа первого цикла P_1= P_2= 17,95 кПа; во втором – 18,89 кПа; в третьем – 19,61 кПа. Масса газа в ресивере m_2, соответственно, 426 г, 455 г и 477 г.



a *b*

Рис. 4. Динамика давления (*a*) и массы газа (*b*) в сушильной камере при разной исходной массе сырья: 1 – M_0 = 1 кг, 2 – M_0 = 35 кг, 3 – M_0 = 60 кг



a *b*

Рис. 5. Динамика давления (*a*) и массы газа (*b*) в ресивере при разной исходной массе сырья: 1 – M_0 = 1 кг, 2 – M_0 = 35 кг, 3 – M_0 = 60 кг

Заключение

В производственных условиях УВИС, в отличие от лабораторных экспериментов, нельзя пренебрегать влиянием массового расхода испаряющейся воды Θ на газодинамические процессы. Определение зависимости величины Θ от давления, температуры, влажности воздуха и от других факторов является нетривиальной проблемой и не входило в задачи данной статьи. Был рассмотрен ограниченный временной отрезок: второй этап первого цикла ВИС, когда величина Θ наибольшая. Такое ограничение позволило воспользоваться

значением интенсивности испарения по данным экспериментов [7] при сушке моркови. Замкнутая, таким образом, система дифференциальных уравнений баланса газа, была решена численным методом при нескольких значениях исходной массы моркови M_0. При увеличении значения M_0 с 1 до 60 кг время выравнивания давления (продолжительность импульса) возросло с 7,7 до 9,6 с; значение равновесного давления – с 17,95 до 19,64 кПа. В дальнейшем целесообразно исследовать влияние параметров УВИС (объема сушильной камеры и ресивера, диаметра и длины трубопровода) на газодинамические процессы, а также разработать математическую модель для интенсивности испарения, пригодную в более широком диапазоне условий.

Список литературы

1. Bazyma L.A. V.A., Vacuum drying and hybrid technologies / L.A. Bazyma, V.A. Kutovoy // Stewart Postharvest Review. – 2005. – Vol. 1, No. 4. – P. 1–4.
2. González-Cavieres L. Advances in vacuum microwave drying (VMD) systems for food products / L. González-Cavieres, M. Pérez-Won, G. Tabilo-Munizaga et al. // Trends in Food Science & Technology. – 2021. – Vol. 116. – P. 626–638.
3. Bao X. Effects of vacuum drying assisted with condensation on drying characteristics and quality of apple slices / X. Bao, R. Min, K. Zhou et al. // Journal of Food Engineering – 2023. – Vol. 340. – ID 111286.
4. Monteiro R.L. Microwave vacuum drying of foods with temperature control by power modulation / R.L. Monteiro, A.I. Gomide, J.V. Link et al. // Innovative Food Science & Emerging Technologies. – 2020. – Vol. 65. – ID 102473.
5. Liu J. Drying characteristics, quality changes, parameters optimization and flavor analysis for microwave vacuum drying of garlic (Allium sativum L.) / J. Liu, Y. Liu, X. Li et al. // Food Science and Technology. – 2023. – Vol. 173. – ID 114372.
6. Писарева Е.В. Исследование спин-вакуумного метода сушки плодоовощного сырья и перспективы его применения в пищевой промышленности / Е.В. Писарева, Л.А. Донскова // Технология и товароведение инновационных пищевых продуктов. – 2011. – № 6 (11). – С. 26-32.
7. Бурцев С.А. Экспериментальный стенд сушки растительного сырья вакуумно-импульсным методом / С.А. Бурцев, Т.Ф. Фатыхов // Вестник Казанского технологического университета. – 2011. – № 13. – С. 126–128.
8. Никифоров В.Е. Разработка экспериментальной установки вакуумной сушки прессованных растительных материалов / В.Е. Никифоров, Л.А. Никитин // Вестник Вологодского государственного университета. Серия: Технические науки. 2020. – № 1 (7). – С. 23–26.
9. Ермолаев В.А. Обзор способов и экспериментальные исследования сушки меда и пчелиного маточного молочка / В.А. Ермолаев // Вестник науки и образования Северо-Запада России. – 2025. – Т. 11, № 1. – С. 28–44.
10. Наумов В.А. Газодинамика вакуумно-импульсной сушки пищевых продуктов / В.А. Наумов, Н.Л. Великанов, О.В. Шарков // Вестник КрасГАУ. – 2023. – № 7. – С. 191–199.
11. Наумов В.А. Динамика откачивания влажного воздуха из рабочей камеры с помощью водокольцевого вакуумного насоса / В.А. Наумов // Вестник науки и образования Северо-Запада России. – 2021. – Т. 7, № 1. – С.9-16.
12. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. Ч. 1. – Москва: Наука, 1991. – 600 с.

MATHEMATICAL MODELING OF GAS-DYNAMIC PROCESSES DURING VACUUM PULSE DRYING VEGETABLE RAW MATERIALS

V.A. Naumov

Kaliningrad State Technical University
1 Sovetsky Ave., Kaliningrad, 236022, Russian Federation

Absrtact. The previously developed mathematical model of gas-dynamic processes in a vacuum pulse drying unit (VPDU) was used to study the initial stage of carrot drying. It is shown that in the production conditions of VPRDU, the influence of the mass flow of evaporating water on gas-dynamic processes cannot be neglected. A limited time period was considered: the second stage of the first VPD cycle, when the evaporation rate is highest. This limitation made it possible to use the evaporation intensity value according to experimental data when drying carrots. The system of differential equations of gas balance was solved numerically for several values of carrot initial mass. The pressure equalization time increased from 7.7 to 9.6 seconds, the equilibrium pressure value increased from 17.95 to 19.64 kPa with an increase in the initial mass of carrots from 1 to 60 kg.

Keywords: vacuum pulse drying, gas-dynamic processes, mathematical model, vegetable raw materials, evaporation rate, differential equations.

Материалы представлены на Международной научно-практической конференции «Современные подходы и практические инициативы в инженерных науках» (г. Казань, 2-3 октября 2025 года).

Статья представлена в редакцию 15 августа 2025 г.