

EDN: INUARF

УДК 681.586.5-047.58

12.04.03

ИМИТАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ТОЛЧКА ПАЛКИ ЛЫЖНИКОМ ПО СПЕКТРАЛЬНОМУ ОТКЛИКУ ВСТРОЕННОЙ В НЕЕ ВОЛОКОННОЙ БРЭГГОВСКОЙ РЕШЕТКИ

Д.А. Кротова, И.М. Габдулхаков

Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева-КАИ
Российская Федерация, 420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 10

Аннотация. В статье рассматривается задача контроля техники толчка палкой в лыжных гонках с использованием волоконно-оптических датчиков на основе решёток Брэгга (ВБР). Проведён теоретический расчёт параметров ВБР-датчика для характерных нагрузок, возникающих при толчке. На основе уравнения Брэгга и гауссовой аппроксимации спектра отражения выполнено аналитическое моделирование в среде Matlab. Получено семейство спектральных кривых для деформаций в диапазоне 0–400 мк, демонстрирующее линейный сдвиг брэгговской длины волны. Установлена расчётная чувствительность датчика $k_c \approx 1.21$ пм/мк. Показано, что при максимальной нагрузке 400 мк сдвиг длины волны составляет ~ 0.5 нм, что надёжно регистрируется стандартным оптическим анализатором спектра. Полученные результаты формируют теоретическую базу для проектирования системы волоконной сенсорики в структуре стенда подготовки лыжников-гонщиков.

Ключевые слова: волоконная решётка Брэгга, ВБР-датчик, спектральный отклик, Matlab, лыжные гонки, биомеханика, толчок палкой.

Введение

Современный спорт высших достижений характеризуется предельной плотностью результатов, где призовые места разделяют сотые доли секунды. В лыжных гонках эффективность техники толчка является одним из ключевых факторов, определяющих итоговый результат. Традиционные методы биомеханического анализа обладают рядом ограничений: подвержены электромагнитным помехам, имеют значительные массогабаритные характеристики, сложны в эксплуатации в полевых условиях и не всегда обеспечивают необходимую точность при измерении локальных деформаций спортивного инвентаря.

Развитие волоконно-оптических технологий открывает новые возможности для создания высокоточных сенсорных систем, интегрируемых непосредственно в спортивный инвентарь. Волоконные решётки Брэгга (ВБР) благодаря своим уникальным свойствам представляют собой перспективную альтернативу традиционным датчикам для решения задач спортивной биомеханики.

В работе [1] обсуждается популярность использования волоконных брэгговских решёток для сенсорных приложений в современной биомеханике и реабилитационной инженерии. Всё дело в их выгодных свойствах, таких как малый размер, легкий вес, биосовместимость, химическая инертность, возможность мультиплексирования и устойчивость к электромагнитным помехам. Они также предлагают высокопроизводительную альтернативу по сравнению со стандартными технологиями, такими как электрические тензодатчики, пьезоэлектрические, резистивные или другие твердотельные датчики для измерения физических параметров, что делает их привлекательными с точки зрения подготовки спортсменов к лыжным гонкам. Кроме того,

исследования МГУ показывают, что волоконные системы обеспечивают высокую эффективность и точность, что может быть использовано при создании датчиков для спортивного оборудования [2].

Материалы и методы

Опрос ВБР-датчика осуществляется оптическим интеррогатором. Принцип работы основан на излучении, направленном в оптическое волокно широкополосным источником света (встроенным в интеррогатор). ВБР-датчик, в свою очередь, отражает узкую спектральную полосу на своей резонансной длине волны. Отражённый сигнал поступает обратно в интеррогатор, где спектроанализатор измеряет точное положение пика. Сдвиг пика относительно базовой длины волны (1550 нм) пересчитывается в деформацию ($\mu\epsilon$) по формуле 9.

Моделирование выполнено в среде Matlab (версия R2019b или совместимая, MathWorks, США). Код разработан автором и доступен для воспроизведения.

Полный листинг программы на Matlab, а также массив рассчитанных значений доступны по запросу у автора (kkrotovda@mail.ru).

Основная часть

Целью данной практической работы является теоретическое обоснование и экспериментальное (модельное) подтверждение применимости ВБР-датчиков для регистрации деформаций в структуре стэнда подготовки лыжников-гонщиков.

Выбор типа датчика является ключевым этапом проектирования измерительного стэнда, так как он определяет точность, надежность и информативность всей системы. Для задачи регистрации биомеханических параметров спортсмена в лыжных гонках могут быть использованы различные виды волоконно-оптических сенсоров [3].

Все волоконно-оптические датчики делятся на два больших класса: точечные (дискретные) и распределенные. Распределенные датчики используют анализ обратного рассеяния (Рэлея, Бриллюэна, Рамана) в стандартном одномодовом волокне, что позволяет превратить каждый миллиметр волокна в чувствительный элемент. Однако такие сенсоры обладают высоким уровнем шумов при локальных измерениях, требуют сложной и дорогостоящей аппаратуры опроса, а также сложных алгоритмов для разделения температурного и деформационного воздействий. Также, одним из ключевых недостатков таких систем будет являться пространственное разрешение порядка 1–10 см, что накладывает принципиальные ограничения на их применение в биомеханическом стэнде. Локальные зоны максимальной деформации в лыжной палке (область хвата, зона крепления темляка) имеют характерный размер 5–15 мм. При сантиметровом разрешении датчик неизбежно усредняет сигнал по длине, что приводит к занижению измеряемой амплитуды деформации и потере информации.

Точечные датчики обеспечивают высокую точность и стабильность измерений в конкретной точке, имеют простую и недорогую систему опроса, а главное — обладают линейной и предсказуемой зависимостью сдвига длины волны от деформации и температуры [4]. Чувствительным элементом точечного оптоволоконного датчика является волоконно-оптическая брэгговская решётка (ВБР) [5]. С помощью периодической структуры, нанесённой в сердцевине оптического волокна, такой датчик способен обеспечить селективное отражение на определённой длине волны. Для дальнейшей обработки сигнала используют специальные устройства – интеррогаторы, измеряющие спектральный сдвиг отражённой волны и преобразующие его в электрический сигнал [6].

Волоконные брэгговские решетки рассматриваются не только как чувствительные элементы, но и как эффективный инструмент для построения сложных

мультиплексированных сенсорных систем, что открывает широкие возможности для их применения в задачах биомеханики [7].

Одним из примеров спортивного назначения волоконно-оптических датчиков на основе ВБР является работа [8], где описывается их применение в стрелковых видах спорта, критично важным параметром которых является контроль позы, и в том числе верное расположение углов сустава. Датчики на основе волоконных решёток позволяют осуществлять мониторинг и анализировать движения спортсмена с целью совершенствования техники движений.

Кроме того, измерение деформаций посредством волоконных датчиков нашло применение для определения нагрузки – силы отталкивания в беговых протезах [9]. ВБР-датчики прикреплялись к поверхности карбоновой конструкции, что позволило рассчитать такие параметры как: силы реакции опоры, их направление и точка приложения. Полевые испытания подтвердили, что система выдерживает нагрузки, характерные для реального тренировочного процесса, и записывает данные с высоким разрешением.

Применительно к лыжному спорту, можно рассматривать отклик волоконного датчика, прикреплённого к лыже, однако в этом случае основное значение имеет не деформация, а развиваемое виброускорение и распределение давления на площадь поверхности лыжи при отталкивании в различных вариациях лыжного шага. А с точки зрения деформации – изменения будут слабозаметны – примерно единицы микрон.

В отличие от закреплённого на лыже, с преобладающей импульсной передачей вибрации, волоконно-оптический датчик на палке фиксирует именно величину изгибающего момента, связанного с усилием, приложенным спортсменом. В этом контексте максимально развиваемое усилие вызывает деформацию в диапазоне 200-300 мк (в зависимости от крутизны подъема). С повышением угла подъема лыжной трассы, нагрузка может дополнительно возрасти до 400 мк.

В рамках данной работы используется модель деформации лыжной палки — то есть статически-динамический прогиб стержня. Подход с ВБР позволяет создать квазираспределённую сеть, расположив несколько датчиков в строго заданных точках (например, на рукоятке, в центре и у наконечника палки). Это дает возможность измерять деформацию именно там, где это необходимо для биомеханического анализа, избегая обработки огромных массивов избыточных данных.

Размещение измерительного ВБР-датчика осуществляется наклеиванием на внешнюю поверхность палки в зоне, расположенной непосредственно под рукояткой (примерно 10-15 см ниже хвата). Это место выбрано по следующим причинам:

Когда спортсмен давит на рукоятку под углом вниз, а наконечник зафиксирован в снегу, возникает сила, которая изгибает палку. Палка прогибается вперёд, изгибающий момент M в любом сечении палки равен произведению силы на плечо — расстояние от точки опоры, в нашем случае рукоятки, до места сечения. [10]

$$M(x) = F_{\text{попереч.}} \cdot x. \quad (1)$$

У самой рукоятки $x = 0$, значит и момент $M \approx 0$. Здесь почти нет изгиба. У наконечника сила передаётся в снег, и изгибающий момент снова стремится к нулю. Максимум момента достигается в месте максимального удаления точки приложения поперечной силы от рукоятки. В реальности пик нагрузки приходится на участок сразу под кистью, где конструкция палки представляет собой тонкостенную трубку без дополнительного усиления. Именно здесь (10–15 см ниже рукоятки) и возникает максимальный изгиб, а значит, и максимальная деформация поверхности.

Вторая причина – это место минимального контакта с рукой спортсмена, элементами крепления темляка.

Оптическое волокно от ВБР-датчика прокладывается вдоль палки по её задней (тыльной), поверхности, фиксируется в нескольких точках эластичными бандажами или специальным защитным кожухом. Далее, выводится к интеррогатору через верхнюю часть рукоятки. Такая прокладка минимизирует помехи и защищает волокно от механических повреждений.

Схема размещения (Рис. 1):

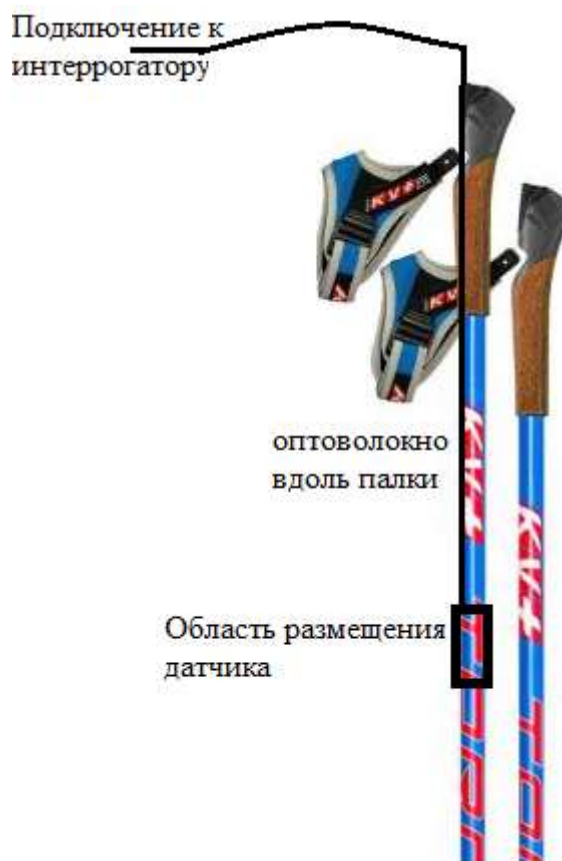


Рис. 1. Схема крепления датчика ВБР для оценки деформаций при отталкивании

Интеррогатор оцифровывает спектр и передаёт значения длин волн на компьютер через интерфейс USB или Ethernet. ПО Matlab записывает временной ряд длин волн для каждого датчика.

Значения деформации будут находиться в диапазоне 0–400 $\mu\text{м}$. Обосновать выбор такого предела деформаций можно изучив насколько велико усилие, приложенное спортсменом к инвентарю. Во-первых, максимальные динамические усилия концентрируются на относительно коротких временных промежутках, зависят от скорости спортсмена, его технической подготовленности и угла наклона трассы. Во-вторых, в исследовании [11] максимально приложенное усилие к типичной лыжной палке в процессе конькового лыжного хода составило 254Н. При этом, согласно биомеханике движения, значения нагрузки при использовании классического стиля движения или при даблполинге могут быть выше [12]. Так как верхняя часть тела в этих движениях играет основную роль в отталкивании. В работе [13] осевая сила (ACF) при толчке палкой составила около 195Н. Однако пиковые значения силы на палках достигли значений 349Н при работе в подъём и 424Н при классическом даблполинге.

Важно уточнить, что полная сила на палке (254Н или 424 Н) — это не та сила, которая изгибает палку в месте крепления датчика. Основная её часть направлена вдоль оси палки. Палка же изгибается только за счёт поперечной составляющей силы, которая всегда

значительно меньше полной. Также, при смене угла наклона лыжной трассы меняется и угол постановки палки, а значит и соотношение продольной и поперечной составляющих меняется [14].

В условиях равнинной трассы, спортсмен ставит палку под острым углом к трассе (~20–25° от вертикали). Поперечная составляющая силы, вызывающая изгиб, составляет примерно 20–25% от полной:

$$F_{\text{попереч.}} = 254 \cdot 0,25 = 63,5\text{Н.} \quad (2)$$

При таком усилии деформация в зоне датчика составляет ~250–300με.

При использовании стиля даблполинга, спортсмен ставит палку более вертикально (угол ~10–15°), потому что это эффективнее. Доля поперечной силы соответственно:

$$F_{\text{попереч.}} = 424 \cdot 0,15 = 63,6\text{Н.} \quad (3)$$

Несмотря на то, что полная сила выросла почти вдвое (250 → 424 Н), поперечная составляющая осталась на том же уровне, а значит, запас деформации до 400 με гарантированно покрывает и рабочие и пиковые значения нагрузки.

Аналитический расчёт параметров системы

В основе работы любого ВБР-датчика лежит условие Брэгга. Сдвиг центральной длины волны отражения $\Delta\lambda_B$ при изменении температуры (ΔT) и приложении механической деформации $\Delta\epsilon$ описывается базовым выражением [15].

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda} = (1 - \rho_e) \cdot \Delta\epsilon + (\alpha_f + \xi) \cdot \Delta T, \quad (4)$$

где λ_B — начальная (брэгговская) длина волны (в вашем случае 1550 нм), ρ_e — эффективный фотоупругий коэффициент (для кварцевого волокна $\rho_e \approx 0.22$), α_f — коэффициент теплового расширения (КТР) волокна (~0.5 με/°C), ξ — термооптический коэффициент (описывает изменение показателя преломления от температуры).

Для стенда подготовки спортсменов, анализирующего, в том числе толчок, ключевым параметром является именно деформация. Однако просто приклеить датчик недостаточно — нужно учитывать, что материал лыжи/палки расширяется при нагреве иначе, чем кварцевое волокно. Это создает дополнительную деформацию, которая будет вносить помехи в основной отклик датчика.

С учетом этого формула расчета механической деформации для стенда примет вид:

$$\epsilon = \frac{1}{(1-\rho_e)} \left[\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda} - (\alpha_f + \xi) \cdot \Delta T \right] - (\alpha_s - \alpha_f) \cdot \Delta T. \quad (5)$$

Здесь добавляется α_s — это КТР материала конструкции стенда (алюминий, пластик, карбон лыжи). Эта поправка учитывает, что лыжная поверхность расширяется от тепла сильнее, чем волокно датчика, и это нужно вычитать из показаний.

Так как выполняемая работа сфокусирована на моделировании толчка в условиях равных температур, выражение можно упростить, сведя его к линейной зависимости длины волны от деформации:

$$\lambda(\epsilon) = \lambda_0 + k \cdot \epsilon, \quad (6)$$

где k — калибровочный коэффициент чувствительности.

Коэффициент температурной чувствительности S_T выводится из базовой формулы:

$$S_T = \frac{\lambda_B}{\Delta T} = \lambda_B (\alpha_f + \xi). \quad (7)$$

Для стандартного одномодового волокна (с длиной волны 1550 нм) значение $(\alpha_f + \xi)$ составляет примерно $6.7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$. Отсюда и получается стандартное значение:

$$S_T = 1550 \cdot 10^{-9} \cdot 6,7 \approx 10,4 \text{ пм}/^\circ\text{C}. \quad (8)$$

Это значительное уточнение позволяет сделать вывод, что случайный нагрев (например, на $+2^\circ\text{C}$) даст паразитный сдвиг спектра почти на 20 пм, что эквивалентно всего нескольким $\mu\text{ε}$.

Проводя измерение в условии закрытого помещения с постоянной температурой, из основного уравнения (4) получим

$$\Delta\lambda_B = k_e \cdot \epsilon, \quad (9)$$

где k_e – коэффициент тензочувствительности датчика рассчитывается по формуле:

$$k_e = \lambda_B \cdot (1 - \rho_e) = 1550 \cdot (1 - 0,22) = 1209 \text{ пм}/\mu\text{ε} \approx 1,21 \text{ пм}/\mu\text{ε}. \quad (10)$$

Для аналитического моделирования спектрального отклика ВБР-датчика используем возможности Matlab. Необходимые параметры для расчёта спектральных характеристик в результате деформации лыжной палки при отталкивании.

Центральная длина волны – 1550 нм. Фотоупругий коэффициент $\rho_e=0.22$. Коэффициент чувствительности датчика, рассчитанный ранее $k_e=1,21 \text{ пм}/\mu\text{ε}$.

Сдвиг длины волны рассчитывается по формуле $\Delta\lambda = k_e \cdot \epsilon$. Новая длина волны $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$ (нм). Форма спектра отражения аппроксимировалась гауссовой функцией с полушириной $\text{FWHM} = 0.2 \text{ нм}$. Значения деформации задавались в диапазоне 0–400 $\mu\text{ε}$, что соответствует характерным нагрузкам на лыжную палку в фазе толчка.

Все полученные значения деформации и смещения длин волн представлены в Таблице 1.

Таблица 1. Рассчитанные значения деформаций и смещения длины волны

Фаза	ϵ , $\mu\text{ε}$	λ , нм	$\Delta\lambda$, пм
Покой	0	1550	0
Касание	100	1550,121	121
Начало толчка	200	1550,242	242
Развитие усилия	300	1550,363	363
Макс. Усилие / Пик	400	1550,484	484

Гауссова аппроксимация спектра отражения ВБР [16]:

$$R(\lambda) = R_{max} \cdot \exp\left(-\frac{(\lambda - \lambda_B)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (11)$$

где $R_{max}=0.99$ — максимальный коэффициент отражения (99%),
 $\sigma = \frac{\text{FWHM}}{2\sqrt{2 \ln 2}} \approx \frac{0.2}{2.355} \approx 0.085 \text{ нм}$ — параметр ширины пика.

Результаты

Результаты моделирования (Рис. 2) спектрального отклика волоконного датчика на изменения деформации вследствие отталкивания спортсменом лыжной палкой от опоры, полученные с помощью рассчитанных выше параметров, используя возможности среды моделирования Matlab. Каждая кривая соответствует определенной фазе толчка — от состояния покоя (0 мк) до пикового значения нагрузки (400 мк).

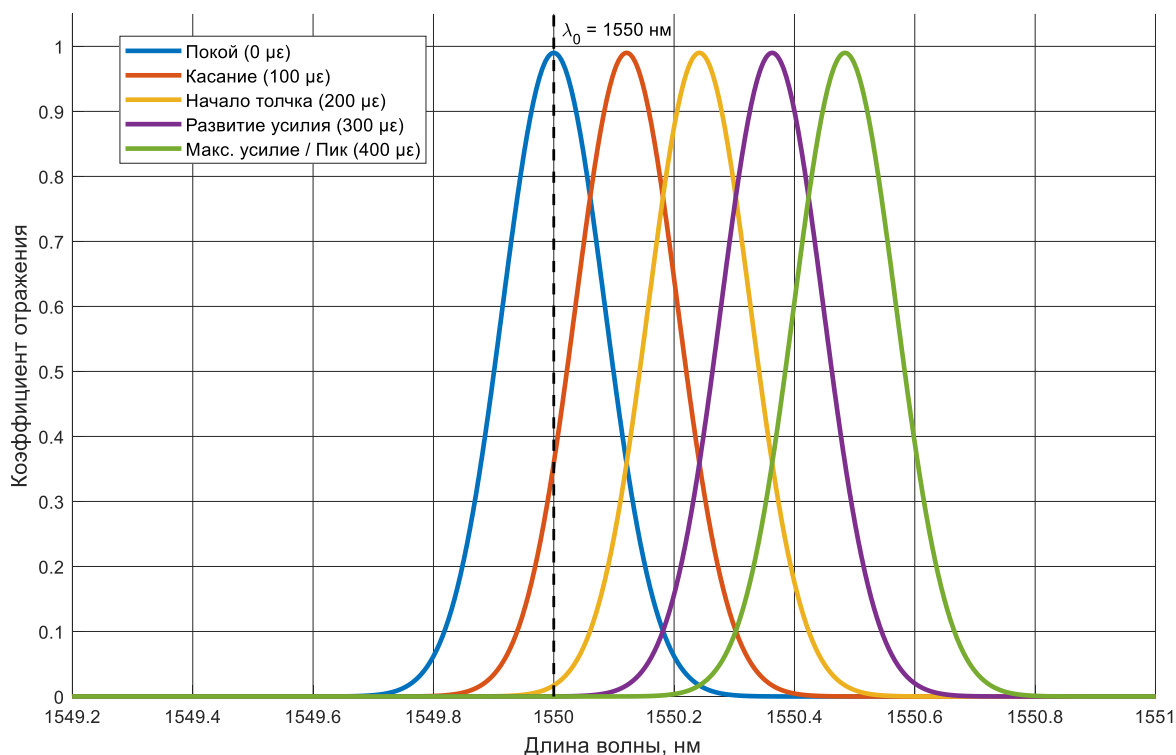


Рис.2. Спектральный отклик датчика, 5 кривых, описывающих смещение спектра при увеличении деформации, вызванной толчком палки

Аналитический расчёт в среде Matlab подтвердил линейную зависимость сдвига длины волны Брэгга от приложенной деформации. Чувствительность датчика составляет ~1.21 пм/мк, что соответствует рассчитанным ранее значениям для стандартного кварцевого оптоволокна. При максимальной нагрузке 400 мк сдвиг составляет 0.484 нм, что надёжно регистрируется стандартным оптическим анализатором спектра.

Обсуждение

Анализируя полученный график необходимо отметить несколько ключевых выводов:

1. По результатам моделирования визуально отслеживается равномерное смещение максимума отражения (брэгговского пика) в длинноволновую область спектра. Количественно это подтверждается аналитическими расчетами. Шаг деформации в 100 мк вызывает одинаковый сдвиг длины волны на 121 пм. Эта линейная зависимость полностью согласуется с теоретической формулой (9) и является одним из преимуществ ВБР-датчиков.
2. Отсутствие искажений формы сигнала. Форма пика по Гауссовой аппроксимации при деформациях остается неизменной, меняется только ее положение.

- Это свидетельствует о том, что в выбранном диапазоне нагрузок решетка работает в упругой зоне без искажения своей внутренней структуры.
3. Возможность различать фазы движения спортсмена. Сдвиг даже для минимальной рассматриваемой нагрузки в 100 μe составляет ~ 0.121 нм. Это значение значительно превышает типичное спектральное разрешение стандартных оптических интеррогаторов (~ 1 пм). Следовательно, разработанная модель демонстрирует принципиальную возможность не просто регистрировать наличие толчка, но и различать его фазы (касание, развитие усилия, пик).
 4. На следующих этапах проектирования необходимо учитывать значение максимального сдвига кривой, так как оно будет задавать требования к подбору оборудования, что необходимо для расчета спектрального разнесения при мультиплексировании нескольких датчиков в одном волокне.

Заключение

В рамках выполненной работы было произведено комплексное исследование возможности применения волоконно-оптических датчиков на основе решёток Брэгга (ВБР) в структуре стенда подготовки спортсмена к лыжным гонкам.

С помощью Matlab-моделирования были подтверждены расчёты и построено семейство спектральных характеристик, наглядно демонстрирующих сдвиг пика отражения, соответственно регистрируемым деформациям при имитированном отталкивании лыжной палкой.

Таким образом, применение волоконно-оптической сенсорики в формате стенда подготовки спортсменов позволяет практическим путём дать объективную оценку эффективности техники толчка лыжника. Помимо этого, открывается возможность расширить область применения такой системы и в смежных видах спорта, например, для анализа деформации хоккейной клюшки при броске, весла в гребных видах спорта и многого другого.

Финансирование. Это исследование не получило внешнего финансирования.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Этические требования. Не применяется.

SIMULATION ANALYSIS OF THE DYNAMICS OF A SKIER'S POLE PUSH BASED ON THE SPECTRAL RESPONSE OF THE BUILT-IN FIBER BRAGG GRATING

D.A. Krotova, I.M. Gabdulkhakov

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI
10, K. Marx St., Kazan, 420111, Russian Federation

Absrtact. The article discusses the task of controlling the technique of paddle-shaking in ski races using fiber optic sensors based on Bragg bars (FBG). Theoretical calculation of the FBG-sensor parameters for characteristic loads occurring during jolting was performed. Based on the Bragg equation and the Gaussian approximation of the reflection spectrum, an analytical modeling was performed in a Matlab environment. This is a family of spectral curves for deformations in the range 0-400 μe , demonstrating linear shift of the Bhaggy wavelength. Calculated sensor sensitivity of ke 1.21 ppm/ μe is set Shown that

at the maximum load of 400 μe , the shift in wavelength is ~ 0.5 nm, reliably recorded by a standard optical spectrum analyzer. The obtained results form a theoretical basis for the design of an FBG-sensor system in the structure of a training stand for racers.

Keywords: Bragg fiber grid, FBG sensor, spectral response, Matlab, ski races, biomechanics, stick push.

Статья представлена в редакцию 24 мая 2026г.