EDN: HMQILQ DOI: https://doi.org/10.65912/2782-5507.2026.21.2.006
УДК 621.383 *2.2.6, 2.2.7, 2.2.8*

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АДРЕСНЫХ ВОЛОКОННЫХ БРЭГГОВСКИХ СТРУКТУР КАК СЕНСОРОВ ДЛЯ НОСИМЫХ И СТАЦИОНАРНЫХ ДАТЧИКОВ СИСТЕМ СПОРТИВНОЙ ИНЖЕНЕРИИ

А.А. Иванов, Р.Д. Мангутов, Е.А. Петрова, Ф.И. Сабирова, Л.Н. Ибрагимова, Э.А. Гайнуллина, М.С. Федоренко, Т.Р. Хасанов, А.Н. Хидиятуллин, Э.Э. Хазина, Р.М. Муратов, И.И. Нуреев

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ
Российская Федерация, 420111, г. Казань, ул. К. Маркса, д. 10

Аннотация. Системы спортивной инженерии представляют собой сложный «симбиоз» человека (спортсмена), спортивных сооружений и киберфизических систем. В основе этого взаимодействия лежит концепция эргономики и биомеханики, направленная на максимизацию результатов при минимизации риска травм. Спортсмен, чьи физиологические и биомеханические данные лежат в основе всей системы; сооружения, проектируемые с учетом аэродинамики, амортизации и климат-контроля; и, наконец, киберфизические системы, включая «умный» инвентарь, носимые устройства и системы видеоанализа, которые собирают данные, обрабатывают их в реальном времени и корректируют тренировочный процесс, — лежат в основе систем спортивной инженерии. Объединяясь, эти элементы создают замкнутый цикл управления спортивной подготовкой. Применение универсальных (многофункциональных) датчиков в спортивной инженерии— это ключевой тренд, продиктованный необходимостью комплексного анализа. В отличие от узкоспециализированных сенсоров, универсальные датчики одновременно фиксируют разнородные параметры и объединяют их в единый поток данных. Задача данной статьи состоит в том, чтобы показать процесс создания нового типа чувствительного элемента брэгговского типа – адресной волоконной брэгговской структуры и определить возможные варианты его применения для различных носимых и стационарных датчиков систем спортивной инженерии. Статья носит чисто математический характер и показывает принципы синтеза отдельных элементов АВБС. Для примера выбрана 3π-АВБС, представляющая собой ВБР с тремя фазовыми сдвигами. Конкретное применение таких АВБС в системах спортивной инженерии будет описано в других работах с четким акцентом на их преимуществах перед ВБР.

Ключевые слова: спортивная инженерия, система, спортсмен, спортивное сооружение, киберфизическая система, волоконная брэгговская решетка, адресная волоконная брэгговская структура, математическое моделирование.

Введение

После обсуждения основных концепций, внутренней архитектуры, конструкции, применений и доступности на рынке волоконно-оптических датчиков адресных волоконных брэгговских структур (АВБС) [1-3], авторы данной статьи хотели бы обратить внимание на их математические модели, которые в последующем позволили бы определить пути синтеза необходимых для тех или иных измерений тонких структур в АВБС для применения в носимых или стационарных датчиках систем спортивной инженерии.

Насколько известно, применение волоконно-оптических датчиков в спортивной медицине восходит к 80-м годам. Были предложены оптические датчики на основе термочувствительной оболочки, нанесенной на конец волокна для мониторинга температуры; введены волоконные зонды на основе диоксида кремния с точностью измерения температуры

±0,1°C и погрешностью ±0,2°C; интерферометры Фабри-Перо использовались для определения температуры и давления [4-6]; и, наконец, в [7] была показана аналогичная возможность с использованием волоконной брэгговской решетки (ВБР). В [8] было показано применение ВБР в медицинских ультразвуковых исследованиях, в том числе на животных in vivo для мониторинга температуры [9].

Учитывая такие примеры, можно сделать вывод, что применение ВБР технологий в спортивной медицине и инженерии вполне осуществимо и эффективно. Далее рассмотрим работы измерительных установок на основе ВБР для различных физиологических параметров, таких как сердечная активность, частота сердечных сокращений, артериальное давление и т.д.

В ортопедии рассматриваются вопросы, связанные с суставами, связками, сухожилиями и другими частями опорно-двигательного аппарата. Изучение природы, амплитуды и распределения нагрузки на ортопедические части необходимо для проектирования протезов оптимального качества и их эффективного применения. В [10] было показано, что можно измерять силу и напряжение в суставах человеческого тела с помощью ВБР, встроенной в несжимаемое и механически подходящее полимерное кольцо с полиамидной оболочкой поверх него. Будучи несжимаемым, при приложении силы к оболочке, объем кольца сохраняется, а деформации передаются на волокно с записанной в нем ВБР. Чувствительный к деформации сдвиг длины волны пропорционален величине силы, приложенной к оболочке. Также была предпринята попытка измерить давление между культей и протезными гнездами у человека с ампутацией конечности [11, 12]. Заявленная чувствительность датчика составила 127 пм/Н. В [13] было сообщено об измерении углов суставов с помощью разработанного ими гониометра на основе массива ВБР, который преобразует вращательное движение сустава в изменение деформации на консольной балке. Сообщается об аналогичном устройстве для мониторинга углов сгибания/разгибания колена во время движения [14]. В этой установке ВБР была встроена в ленту и размещена вокруг коленного сустава, а относительные смещения вычислялись для движений колена. Аналогичные работы, касающиеся суставов, протезов и других частей тела, также были описаны в литературе [15–21].

Мониторинг подошвенного давления позволяет изучать распределение напряжения в различных местах стопы человека и проводить анализ походки. Самая ранняя работа [22], была посвящена разработке системы на основе массива ВБР для мониторинга давления на стопу, где была изготовлена сенсорная подошва с ВБР, встроенными в слои углеродного композитного материала, для мониторинга давления вокруг стоп. Заявленная чувствительность составила 1,2 пм/кПа, а разрешение — 0,8 кПа. Также было проведено корреляционное исследование для проверки связи между подошвенным давлением и сдвигами длины волны ВБР, дающее значение коэффициента Пирсона, равное 0,671. Продолжая работу по мониторингу давления и анализу походки, в литературе также сообщается об архитектуре решения e-Health на основе IoT для удаленного мониторинга и анализа [23–26].

В контексте спортивных сооружений (стадионов с большепролетными крышами, ледовых арен, трамплинов) ВБР-датчики являются передовым решением для непрерывного контроля напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций. Они невосприимчивы к электромагнитным помехам от медиаэкранов и могут объединяться в длинные квазираспределенные цепочки. В работе [27] обобщен опыт внедрения оптических датчиков (включая ВБР) на различных объектах, в том числе на крупных стадионах. Рассматривается технология интеграции датчиков деформации внутрь композитных материалов, которыми усиливают несущие балки и перекрытия трибун при реконструкции спортивных арен. Разработки казанской научной школы [28] активно применяются для мониторинга сложных архитектурных объектов. В работе описывается, как с помощью адресных ВБР-структур

можно создавать масштабируемые сенсорные сети для контроля деформаций и температурных сдвигов на сверхбольших площадях (актуально для бассейнов и футбольных арен). Хотя [29] фокусируется на комплексном геотехническом мониторинге, в ней детально описана проблема экстремальных динамических и механических нагрузок на датчики во время реконструкции Большой спортивной арены. Это обосновывает, почему классические тензодатчики часто заменяют на более надежные и долговечные ВБР-системы, устойчивые к внешним воздействиям.

Задача данной статьи состоит в том, чтобы показать процесс создания нового типа чувствительного элемента брэгговского типа – адресной волоконной брэгговской структуры и определить возможные варианты его применения для различных носимых и стационарных датчиков систем спортивной инженерии. Статья носит чисто математический характер и показывает принципы синтеза отдельных элементов АВБС. Для примера выбрана 3π-АВБС, представляющая собой ВБР с тремя фазовыми сдвигами. Конкретное применение таких АВБС в системах спортивной инженерии будет описано в других работах с четким акцентом на их преимуществах перед ВБР.

В первом разделе рассматривается принцип математического моделирования 3π-АВБС на основе формализма матриц передачи и теории связанных мод, во втором разделе для моделирования используется метод окон Лоренца, в третьем разделе используется программный аппарат пакета OptiGrating. В заключение показано единство полученных результатов, особенности каждого из которых позволяют синтезировать тонкие структуры 3π-АВБС для различных приложений спортивной инженерии.

1. Общие подходы к математическому моделированию

1.1. Симметричная 3π-АВБС

Существует несколько основных методов моделирования брэгговских структур с фазовым сдвигом. Это метод матриц передач Джонса и метод связанных мод. Метод связанных мод имеет более простую структуру и используется для моделирования однородных симметричных 3π-АВБС. Матричными методами описываются неоднородные решетки. В таких методах брэгговскую структуру разбивают на M однородных секций (для 3π-АВБС это $1 \le m \le M$ $M=7$), для которых определяются коэффициенты отражения и передачи амплитуды распространяющихся в сонаправленном и встречном направлениях мод после прохождения m-ой секции.

Структуру 3π-АВБС можно представить в виде совокупности матрицы передачи четырех однородных ВБР, расположенных друг за другом S_1, S_2, S_3, S_4. А для описание фазового сдвига между каждыми секциями используется матрица Sφ.

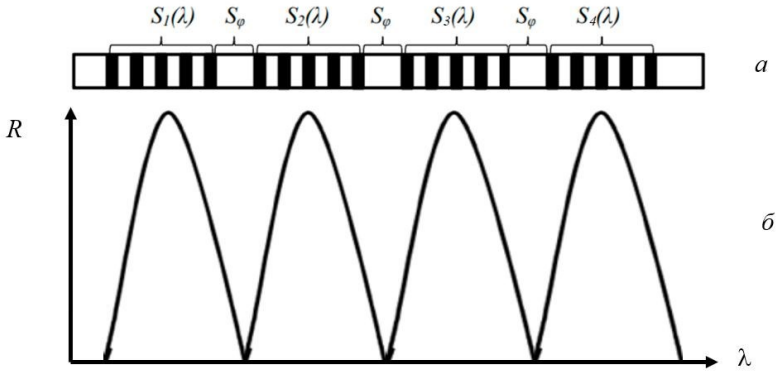


Рис. 1. 3π-АВБС:
эскиз структуры по модуляции коэффициента преломления волокна (*а*);
спектральная характеристика отражения (*б*)

Матрица каждой секции описана выражением:

$$S(\lambda,h)=\begin{bmatrix}\frac{e^{iq(\lambda)h}-r(\lambda)^2e^{-iq(\lambda)h}}{1-r(\lambda)^2} & \frac{r(\lambda)(e^{-iq(\lambda)h}+e^{iq(\lambda)h})}{1-r(\lambda)^2}\\ \frac{r(\lambda)(e^{-iq(\lambda)h}-e^{iq(\lambda)h})}{1-r(\lambda)^2} & \frac{e^{-iq(\lambda)h}-r(\lambda)^2e^{iq(\lambda)h}}{1-r(\lambda)^2}\end{bmatrix}, \quad (1)$$

где h – длина сегмента с участка ВРБ.

Параметры сегмента описываются соотношениями:

$$r(\lambda)=\frac{q(\lambda)-\sigma\beta(\lambda)}{\kappa}, \qquad q(\lambda)=\sqrt{\sigma\beta(\lambda)^2-\kappa^2},$$
$$\sigma\beta(\lambda)=2\pi\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_B}\right), \kappa=\pi\frac{\sigma n}{\lambda_B}, \sigma n=\frac{n_{mod}}{n_{eff}},$$

где λ_B – центральная длина волны секции, к – постоянная распространения, σn – индекс модуляции коэффициента преломления, n_{mod} – величина наведенного показателя преломления ВРБ, n_{eff} – эффективный показатель преломления сердцевины волокна.

Для описания фазового π-сдвига введем специальную матрицу S_φ вида:

$$S_\varphi(\varphi)=\begin{bmatrix}e^{-iq} & 0\\ 0 & e^{iq}\end{bmatrix}, \quad (2)$$

где φ – величина фазового сдвига.

Описывающая структуру 3π-АВБС результирующая матрица определяется в виде произведения матриц всех секции и трех матриц фазовых сдвигов:

$$S_{res}(\lambda)=S(\lambda,h_1)*S_\varphi(\varphi)*S(\lambda,h_2)*S_\varphi(\varphi)*S(\lambda,h_3)*S_\varphi(\varphi)*S(\lambda,h_4), \quad (3)$$

где h_1, h_2, h_3 и h_4 – длины четырех сегментов соответственно.

Характерный спектр пропускания 3π-АВБС структуры будет иметь вид:

$$T_{res}(\lambda)=\left(\left|S_{res}(\lambda)_{1,1}-\frac{S_{res}(\lambda)_{1,2}*S_{res}(\lambda)_{2,1}}{S_{res}(\lambda)_{2,2}}\right|\right)^2, \quad (4)$$

а спектр отражения будет описываться как:

$$R_{res}(\lambda)=\left|\frac{S_{res}(\lambda)_{21}}{S_{res}(\lambda)_{22}}\right|^2. \quad (5)$$

1.2. Несимметричная 3π-АВБС

Для построения несимметричных 3π-АВБС определим получение на произвольной длине волокна одного фазового π-сдвига в ВБР, как это показано на рис 2. Длина решетки равна L, разделенная фазовым сдвигом π на сегменты h_1 и h_2 соответственно.

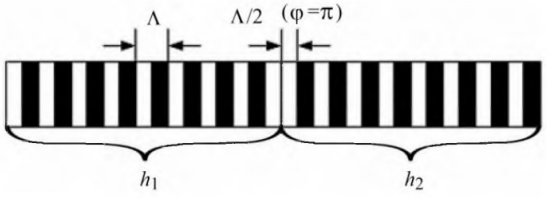


Рис. 2. К построению несимметричной 3π-АВБС

Модуляцию показателя преломления сердцевины волокна можно представить в виде синусоиды с постоянной амплитудой, что записывается следующим образом:

$$n(z) = n_{co} + \Delta n cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z + \varphi(z)\right), \quad (6)$$

Для $\varphi(z) = \pi$ применяет вид

$$n(z) = \begin{cases} n_0 + \Delta n cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z + \frac{\pi}{2}\right), & z < 0; \\ n_0 + \Delta n cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z - \frac{\pi}{2}\right), & z \geq 0. \end{cases} \quad (7)$$

Возьмем две волны A_x и B_x, где x=1,2; которые встречно распространяются в волокне. Длина волокна L_f. Координаты начала и конца ВБР длиной L [0,z_2]. Фазовый сдвиг находится на координате z_1. Тогда модуляции фазы будет равна:

$$\begin{cases} \varphi(z) = 0 \quad if \quad 0 \leq z \leq z_1; \\ \varphi(z) = \Delta\varphi \quad if \quad z_1 \leq z \leq z_2. \end{cases} \quad (8)$$

Распространение волн A_x и B_x показано на рис. 3.

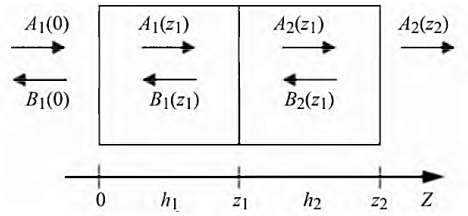


Рис. 3. Распространение волн в ВРБ с фазовым сдвигом

Опишем распространение этих волн при помощи дифференциальных уравнений, в которые интегрируем фазовый сдвиг:

$$\frac{dA_x}{dz} = -i\kappa B_x exp\{i[2\Delta\beta z + \varphi(z)]\}; \quad (9)$$

$$\frac{dB_x}{dz} = -i\kappa A_x exp\{-i[2\Delta\beta z + \varphi(z)]\}, \quad (10)$$

где коэффициент связи $\kappa=\pi\Delta n\eta/\lambda$, параметр расстройки $2\Delta\beta=\beta-\pi/\lambda$ представляет собой разность постоянной распространения $\beta=2\pi\Delta n_{eff}/\lambda$ и волнового числа $K=2\pi/\Lambda$.

Запишем данные уравнения в уравнение общего вида:

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial^2 z} - i\left[2\Delta\beta + \frac{d\varphi(z)}{dz}\right]\frac{\partial B_x}{\partial z} - \kappa^2 B_x = 0, \quad (11)$$

Введем граничные условия

$$A_1(0) = 1, \quad A_1(z_1) = A_2(z_1);$$
$$B_2(z_2) = 0 \quad B_1(z_1) = B_2(z_1).$$

Получаем

$$B_2(z) = Cexp(\Gamma_1 z) = Dexp(\Gamma_2 z); \quad (12)$$

$$A_2(z) = \left|-\frac{C}{\kappa}\Gamma_1 exp(\Gamma_1 z) - \frac{D}{\kappa}\Gamma_2 exp(\Gamma_2 z)\right| \exp[i(2\Delta\beta z - \Delta\varphi], \quad (13)$$

где $\Gamma_1=i\Delta\beta-\gamma$; $\Gamma_2=i\Delta\beta+\gamma$; $\gamma^2=\kappa^2$ A_x и B_x $\Delta\beta^2$.

Параметры окна прозрачности в спектре отражения определяются по формуле:

$$T = \left|\frac{A_2(z_2)}{A_1(0)}\right|^2 = |A_2(z_2)|^2. \quad (14)$$

Из предыдущего выражения получим

$$T = \frac{1}{\kappa^2}|\Gamma_1 C exp(\Gamma_2 z_2)| + \Gamma_2 D exp(\Gamma_2 z_2)^2. \quad (15)$$

Получаем два окна прозрачности, определенных из граничных условий C и D

$$T(\lambda) = \frac{\gamma^4}{\Gamma^2+(\mathrm{E}-\Gamma)\{\mathrm{E}-\Gamma[1-2\cos(\Delta\varphi)]+f=F[F-2\Gamma\sin(\Delta\varphi)]}, \quad (16)$$

где

$$\Gamma = \kappa^2 \sinh(\gamma l_1)\sinh(\gamma l_2), \qquad \gamma^2 = \kappa^2 - \Delta\beta^2;$$
$$\mathrm{E} = \gamma^2 \sinh(\gamma L), \qquad F = \Delta\beta\gamma\sinh(\gamma L);$$
$$\Delta\beta = \beta - \frac{\pi}{\lambda}, \qquad \kappa = \frac{\pi\Delta n\eta}{\lambda}.$$

Для Δφ=π получаем окно прозрачности в центре ВБР с окном прозрачности, равном 1 по коэффициенту пропускания:

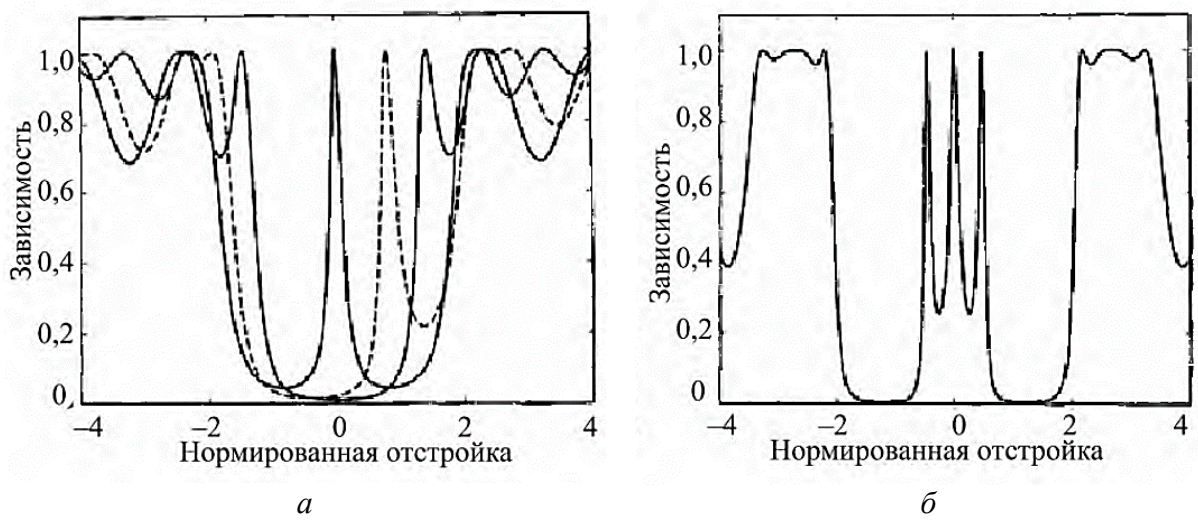
$$T(\lambda) = \frac{\gamma^4}{\Delta\beta^2(\mathrm{E}-\Gamma)\{\Delta\beta^2\, cosh^2(\gamma L)+\gamma^2\, sinh^2(\gamma L)-2\kappa^2\, sinh^2(\gamma L)+\kappa^4\}}. \quad (17)$$

Для Δφ≠π получаем окно прозрачности не в центре ВБР с окном прозрачности, не равным 1 по коэффициенту пропускания:

$$T(\lambda) = \frac{1}{cosh^2[\Omega(1-1')]}. \quad (18)$$

В этом случае положение окна прозрачности определяется в соответствии с величиной фазового сдвига.

Положение окна прозрачности можно выбрать в любом месте ВБР, изменив сдвиг фазы. Как показывает пунктирная кривая для Δφ = π/2 на рис. 4, *а,* прозрачность остается почти 100 % при $h_1 = h_2$. При изменении Δφ в пределах π/6 - 5π/6 окно прозрачности изменится в два раза. При $h_1 \neq h_2$ окно будет сдвигаться от центра к краю решетки, а ширина полосы пропускания будет увеличиваться.



а *б*

Рис. 4. Положение окна прозрачности по спектру ВБР в зависимости величины и положения фазового сдвига (нормированная отстройка $\varphi_1 = 0^o$ (пунктирная кривая), 45° (штриховая кривая) и 90° (сплошная кривая)): *а* – один фазовый сдвиг; *б* – три фазовых сдвига

Можно использовать несколько фазовых сдвигов для открытия нескольких окон прозрачности внутри ВБР. На рис. 4, *б* показана спектральная характеристика ВБР с kL = 5 для трех фазовых сдвигов, равномерно распределенных по длине решетки ($z_1 = L/4$, $z_2 = L/2$ и $z_3 = 3L/4$). Контроль за расположением этих окон прозрачности можно выполнять, изменяя величины и положения фазовых сдвигов по длине решетки.

Таким образом, общая структура показателя преломления несимметричной 3π-АВБС будет выглядеть как

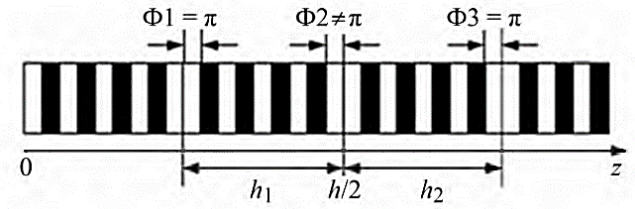


Рис. 5. Общая структура симметричной и несимметричной 3π-АВБС
(π определяется за два прохода, симметричность по величине отличия от π для Ф2)

Ширина самой большой адресной частоты между Ф1 и Ф3 определяется геометрическим расстоянием между местами записи указанных фазовых π-сдвигов. Геометрическое положение места записи Ф2 находится в центре между ними, но величина Ф2 определяет спектральное положение центральной компоненты.

На рис. 6 продемонстрированы спектральные характеристики симметричных (*а*) и не симметричных (*б*) 3π-АВБС соответственно с различными коэффициентами связи.

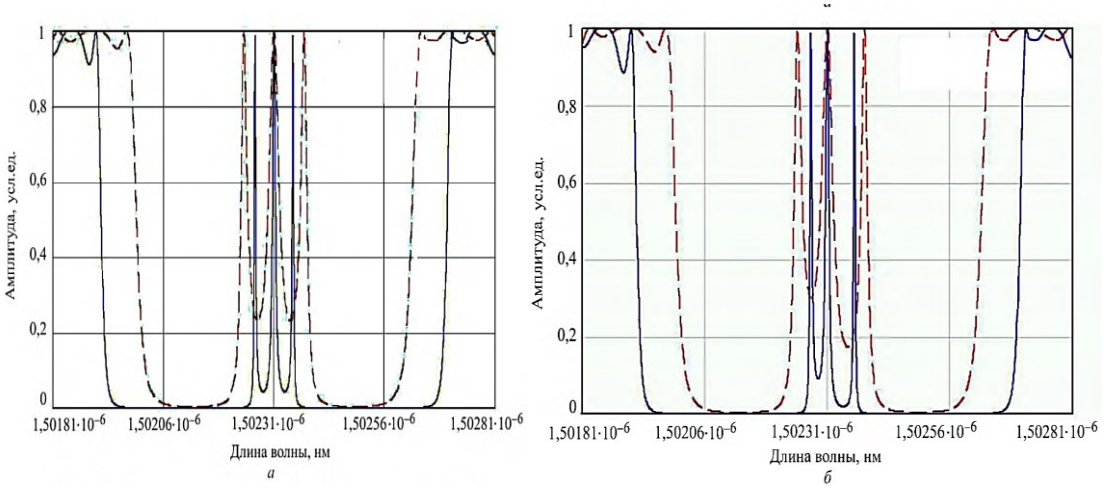


Рис. 6. Структура пропускания 3π-АВБС со слабой (пунктир) и сильной (сплошная) связью мод: *а* – симметричная; *б* – несимметричная

2. Математическая модель 3π-АВБС, полученная на основе аппроксимации окон прозрачности функцией Лоренца

Для моделирования 3π-АВБС на основе аппроксимации окон прозрачностей используются те же входные параметры, что и в предыдущем разделе. На основе подбора параметров моделирования и анализа полученного спектра структуры, можно сформировать любой спектральный профиль.

Исходя из теории [28] известно, что на точность измерений датчиков на основе АВБС, влияет полная ширина на полувысоте окон прозрачности 3π-ВБР. Примем в расчет, что таких окон три и между ними нет засвечивающего излучения.

Оптическая спектральная характеристика таких окон прозрачности описывается функцией Лоренца:

$$F(\omega) = {F_0}\Big/\left[1 + (\frac{\omega-\omega_0}{\gamma})^2\right], \quad (19)$$

где F_0 – максимальное пропускание окна прозрачности на его центральной частоте ω_0; γ – его полуширина на полувысоте.

Если освещать окна прозрачности лазерным излучением с равномерной частотной характеристикой, то на выходе сформируется излучение. Оно описывается интегралом в частотной области контура Лоренца:

$$F(t) = E_{las}F_0 \int_{\omega_{low}}^{\omega_{up}} \left\{\sin(\omega t + \varphi)/[1 + (\frac{\omega-\omega_0}{\gamma})^2]\right\} \partial\omega, \quad (20)$$

где E_{las} – амплитуда лазерного излучения в полосе частот от нижней ω_{low} до верхней ω_{up}; ω и φ – его частота и текущая фаза.

Для несимметричной 3π-АВБС окно прозрачности, смещенное на частоту ν ($\Phi 2 \neq \pi$) от центральной частоты, будет выглядеть следующим образом:

$$F(t) = E_{las}F_0 \int_{\omega_{low}}^{\omega_{up}} \sin(\omega t + \varphi) \left\{ \begin{array}{l} \left\{1/\left[1 + \left(\frac{\omega-(\omega_0+(-\nu-\frac{\Omega_A}{2}))}{\gamma}\right)^2\right]\right\} + \\ +\left\{1/\left[1 + \left(\frac{\omega-(\omega_0+\nu))}{\gamma}\right)^2\right]\right\} + \\ \left\{1/\left[1 + \left(\frac{\omega-(\omega_0+(-\nu+\frac{\Omega_A}{2}))}{\gamma}\right)^2\right]\right\} \end{array} \right\} \partial\omega, \quad (21)$$

где первый адрес будет равен $\nu + \Omega_A/2$, второй $|\nu - \Omega_A/2|$, а третий Ω_A. В этом случае ν не совпадает с разностной частотой $\Omega_A/2$ и выполняются условия для 3π-АВБС, показанной на рис. 6, *б*.

На рис. 7 представлены аппроксимированные данные. С помощью полученных результатов можно оценить полосу пропускания фильтров, необходимых для обнаружения сигнала адресных частот, а также уровень мощности источника света в радиодиапазоне.

Подбор окон прозрачности и их положения относится к тонкой структуре 3π-АВБС. Практически рассматривать его как отдельный метод математического моделирования трудно. Проанализировав этот факт, было принято решение производить вычисления влияния механических нагрузок при моделировании на основе метода матриц передач, подставляя их в закон модуляции показателя преломления.

Математическое моделирование рекомендуется производить в программной среде MathCAD любой современной версии.

Однако, анализ методов математического моделирования нельзя оставить без решения важного вопроса – сравнения правильности построения модели, особенно под нагрузкой, с правильностью ее построения в распространенной программной среде OptiSystem и пакете OptiGrating. Спектральный отклик, сформированный от периодической структуры и/или однородного участка волокна, описывается с использованием теории и техники матриц рассеяния и передачи. Достоверность результатов данного метода моделирования была неоднократно подтверждена как с использованием других расчетных моделей, так и на практике.

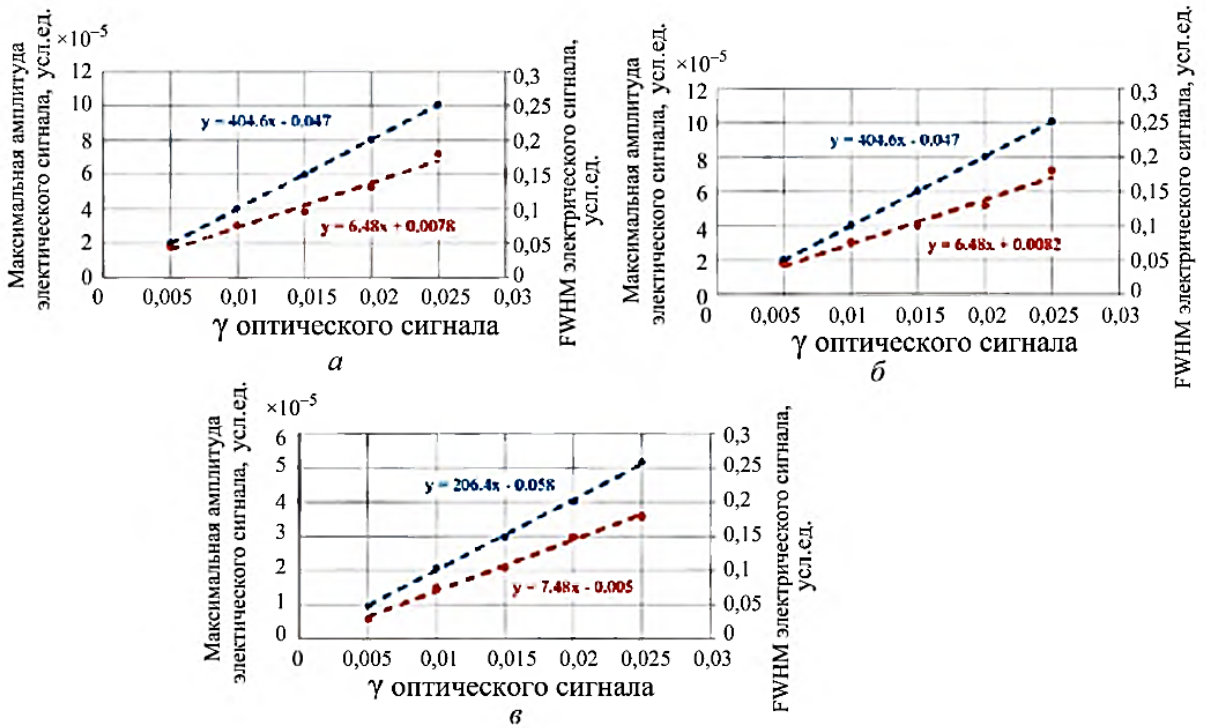


Рис. 7. Полуширина и амплитуда электрического сигнала на выходе фотоприемника как функция FWHM окна пропускания 3π-АВБС:
а – при $\nu + \Omega_A/2$; *б* – $|\nu - \Omega_A/2|$; *в* – при Ω_A

Так, в статье [30] было проведено сравнение результатов моделирования спектрального отклика ВБР, полученных методом матриц рассеяния и передачи; методом однородных слоев (коэффициентов прохождения и отражения каждого слоя); а также полученных в специализированном коммерческом программном пакете Optiwave OptiGrating. При этом было показано, что расхождения при моделировании различными методами все-таки наблюдались.

3. Математическое моделирование 3π-АВБС в пакете OptiGrating для состояния покоя

Для создания структур 3π-АВБС используем программный пакет Optiwave OptiGrating, который основан на формировании модели методом матриц передач. 3π-АВБС задается как последовательность четырех ВБР с тремя фазовыми сдвигами между ними.

На рис. 8 приведены входные параметры для моделирования.

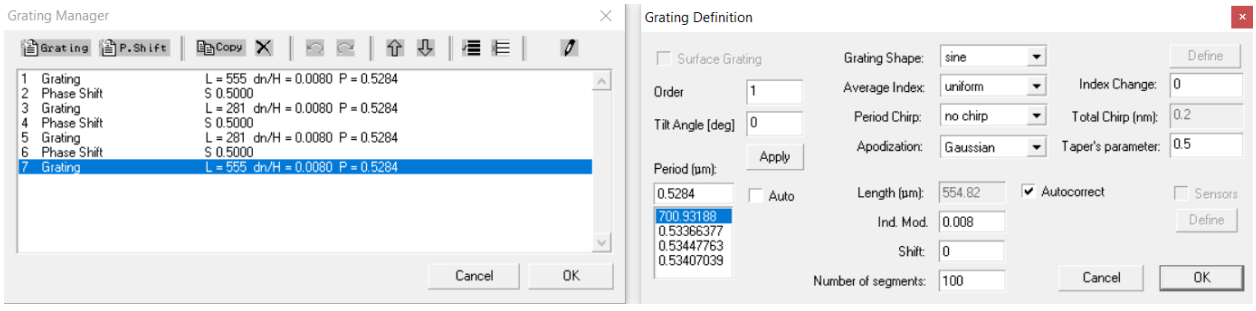
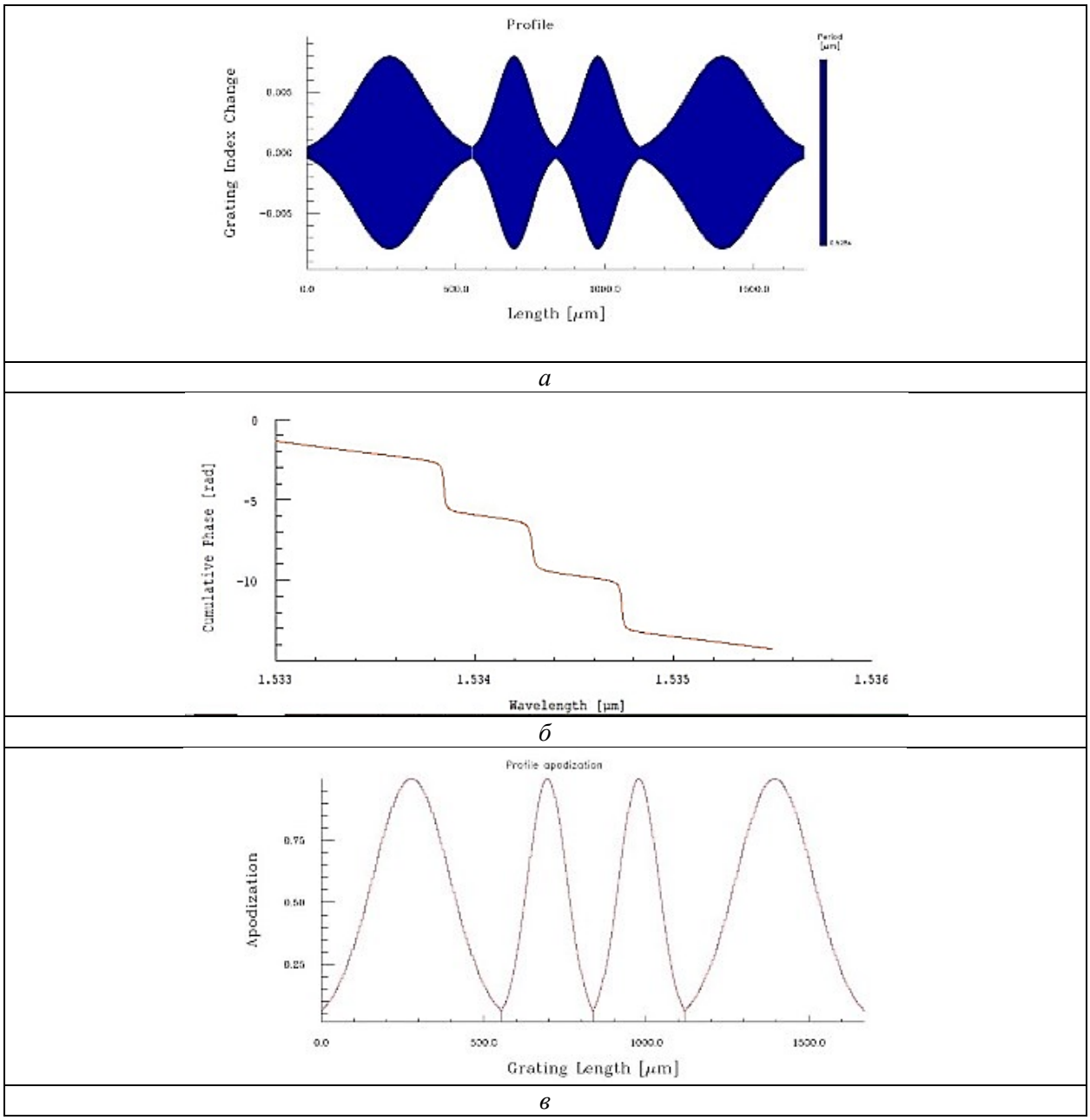


Рис. 8. Создание модели 3π-АВБС

На рис. 9,*а-в* приведены графики профиля показателя преломления, фазы и кривая аподизации соответственно. При этом крайние секции структуры расширены.



а

б

в

Рис. 9. Постановка задачи моделирования спектрального отклика 3π-АВБС:
а) структура; б) фаза; в) аподизация

В результате математического моделирования получена 3π-АВБС с положением фазовых сдвигов при 1533,824, 1534,268 и 1534,716 нм с разницей между первым и вторым фазовыми сдвигами 0,444 нм, а между вторым и третьим 0,448 нм (рис. 10).

Таким образом, при ее рассмотрении в радиодиапазоне можно говорить о трехадресной несимметричной АВБС с адресами – 55,5, 56 и 111,5 ГГц. Растяжением волокна или его сжатием при записи можно получить другие наборы частот при использовании одной и той же маски для записи и прецизионной передвижки для записи отдельных компонент 3π-АВБС.

Полученная в результате компьютерного моделирования 3π-АВБС структура полностью отвечает требованиям радиофотонного метода опроса волоконно-оптических датчиков [28]. А для массива датчиков следует выбирать адреса из следующих условий. Для того, чтобы избежать адресных коллизий весь набор адресных частот для датчиков должен быть уникальным для каждой 3π-АВБС и не кратным друг другу.

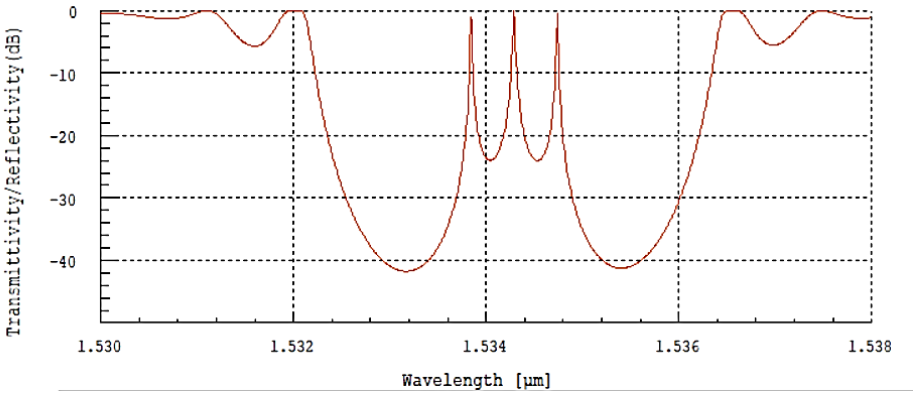


Рис. 10. Результат моделирования спектрального отклика 3π-АВБС

Сравнение форм 3π-АВБС, представленных на рис. 6 и рис. 10 подтверждает малую расходимость структур, рассчитанных в MathCad и Optigrating без принятия в рассмотрение абсолютных значений длин волн, принятых в расчет. При этом анализ проводился для различных приложений по применению ВБР [31-34], в которых они были заменены на 3π-АВБС, с предварительной калибровкой, которая также осуществлялась различными методами, на основе особенностей формирования зондирующих излучений [35-37].

Заключение

Данная работа расширяет область понимания тонкой структуры адресных волоконных брэгговских структур с фазовым сдвигом. Малые отличия по физической длине от обычной ВБР, но насыщенная внутренняя структура, позволяет использовать 3π-АВБС не только как датчик для прямых измерений, но и как формирователь зондирующих излучений для построения компактных интеррогаторов, что важно для носимых систем спортивной инженерии. Использование массива 3π-АВБС предоставляет масштабируемую структуру для интеграции оптических датчиков для мониторинга технической инфраструктуры систем спортивной инженерии. Будущие направления исследований включают расширение массива датчиков для достижения более высокого пространственного разрешения, комбинирование алгоритмов температурной компенсации и проверку возможностей применения 3π-АВБС «симбиозе» спортсмен–спортивные сооружения-киберфизические системы. Условие уникальности адресных частот для каждой 3π-АВБС позволит ввести картографирование на всех уровнях систем спортивной инженерии. При этом наличие волокна, как канала связи, позволит говорить о возможности дистанционных исследований, спортивной науке и вспомогательной робототехнике, тем самым преодолевая разрыв между лабораторным анализом и реальным мониторингом.

Анализ реакции 3π-АВБС при равномерном, неравномерном, синусоидальном воздействии разных уровней будет представлен в следующих работах авторов.

Работа выполнена в рамках государственного задания FZSU-2026-0009, рег. номер НИОКТР 126020516512-7.

Список литературы

1. Alhussein A.N.D. Fiber Bragg Grating Sensors: Design, Applications, and Comparison with Other Sensing Technologies / A.N.D. Alhussein, M.R.T.M. Qaid, T. Agliullin et al. // Sensors. – 2025. – 25(7). – P.2289, https://doi.org/10.3390/s25072289
2. Morozov O. Multi-Addressed Fiber Bragg Structures for Microwave-Photonic Sensor Systems / O. Morozov, A. Sakhabutdinov, V. Anfinogentov, R. Misbakhov et al. // Sensors. – 2020.– 20(9). - P.2693, https://doi.org/10.3390/s20092693
3. Agliullin T. Overview of Addressed Fiber Bragg Structures' Development / T. Agliullin, G. Il'In, A. Kuznetsov et al. // Photonics. – 2023. – 10(2). – P.175, https://doi.org/10.3390/photonics10020175
4. Scheggi A. M. Optical-fibre thermometer for medical use / A. M. Scheggi, M. Brenci, G. Conforti, and R. Falciai // IEE Proc. H Microwaves Opt. Antennas. – 1984. – Vol. 131, no. 4.– P. 270–272, doi:10.1049/ip-h-1.1984.0055.
5. Sun M. H. Fiberoptic temperature sensors in the medical setting / M. H. Sun, K. A. Wickersheim, and J. Kim // Proceedings SPIE. – 1989. – Vol. 1067, doi:10.1117/12.952096.
6. Wolthuis R. A. Development of medical pressure and temperature sensors employing optical spectrum modulation / R. A. Wolthuis, G. L. Mitchell, E. Saaski, J. C. Hartl, and M. A. Afromowitz // IEEE Trans. Biomed. Eng. – 1991. – Vol. 38, no. 10. P. 974–981.
7. Rao Y. J. In-fiber Bragg-Grating temperature sensor system for medical applications /Y. J. Rao, D. J. Webb, D. A. Jackson, L. Zhang and I. Bennion // Journal Lightwave Technol. – 1997. – Vol. 15, no. 5. – P. 779–785, doi:10.1109/50.580812.
8. Fisher N. E. In-fibre Bragg gratings for ultrasonic medical applications/ N. E. Fisher et al.// Meas. Sci. Technol. – 1997. – Vol. 8, no. 10. – P. 1050–1054, doi:10.1088/0957-0233/8/10/003.
9. Webb D. J. First in-vivo trials of a fiber Bragg grating based temperature profiling system/ D. J. Webb, M. W. Hathaway, D. A. Jackson, et al. // J. Biomed. Opt. – 2000. – Vol. 5, no. 1. – P. 45, doi:10.1117/1.429967.
10. Dennison C. R. An in-fiber Bragg grating sensor for contact force and stress measurements in articular joints / C. R. Dennison, P. M. Wild, D. R. Wilson, and M. K. Gilbart // Meas. Sci. Technol. – 2010. – Vol. 21, no. 11. – P.115803, doi:10.1088/0957-0233/21/11/115803.
11. Al-Fakih E. A. The capability of fiber Bragg grating sensors to measure amputees' transtibial stump/socket interface pressures / E. A. Al-Fakih, N. A. A. Osman, A. Eshraghi, at al. // Sensors (Switzerland). – 2013. – Vol. 13, no. 8. – P. 10348–10357, doi:10.3390/s130810348.
12. Al-Fakih A. E. Development and validation of fiber bragg grating sensing pad for interface pressure measurements / A. E. Al-Fakih, N. A. Abu Osman, F. Rafiq et al.// IEEE Sensors Journal. – 2016. – Vol. 16, no. 4. – P. 965–974.
13. Umesh S. Fiber bragg grating goniometer for joint angle measurement / S. Umesh, S. Padma, T. Srinivas, and S. Asokan // IEEE Sensors Journal. – 2018. – Vol. 18, no. 1. – P. 216–222, 2018. doi:10.1109/JSEN.2017.2770176.
14. Domingues M. F. Energy-Aware Wearable E-Health Architecture Using Optical FBG Sensors for Knee Kinematic Monitoring / M. F. Domingues et al. // in 2018 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). – 2019. – Proceedings IEEE. – P.1–6, doi: 10.1109/GLOCOM.2018.8647425.
15. Armitage L. Simultaneous measurement of normal and shear stress using fiber bragg grating sensors in prosthetic applications / L. Armitage, G. Rajan, L. Kark et al. // IEEE Sensors Journal. – 2019. — Vol. 19, no. 17. – P. 7383–7390, doi:10.1109/JSEN.2019.2914702.
16. Kong P. W. Fiber Bragg grating sensors for clinical measurement of the first metatarsophalangeal joint quasi-stiffness / P. W. Kong, C. C. Chan, M. L. Heng et al. // IEEE Sensors Journal. – 2020. – Vol. 20, no. 3. – P. 1322–1328, doi:10.1109/JSEN.2019.2946880.

17. Cheng-Yu H. An FBG-based smart wearable ring fabricated using FDM for monitoring body joint motion / H. Cheng-Yu, Z. Ahmed Abro, Z. Yi-Fan, at al. // Journal of Industrial Textiles. – 2021. – Vol. 50, no. 10. – P. 1660–1673, doi:10.1177/1528083719870204.
18. Abro Z. A. A fiber Bragg grating-based smart wearable belt for monitoring knee joint postures / Z. A. Abro, C. Hong, N. Chen, Y. Zhang, R. A. Lakho, and S. Yasin // Textile Research Journal. – 2020. – Vol. 90, no. 3-4. – P. 386–394, doi:10.1177/0040517519868168.
19. Pant S. Knee angle measurement device using Fiber Bragg grating sensor / S. Pant, S. Umesh, and S. Asokan // IEEE Sensors Journal. – 2018. – Vol. 18, no. 24. – P. 10034–10040, doi:10.1109/JSEN.2018.2875564.
20. Resta P. A wearable system for knee flex- ion/extension monitoring: Design and assessment / P. Resta, et al. // Proc. IEEE International Workshop on Metrology for Industry 4.0 IoT, MetroInd 4.0 IoT, 2020. – 2020. – no. 1. – P. 273–277. doi:10.1109/Metro Ind4.0IoT48571.2020.9138192.
21. Li L. Embedded FBG-based sensor for joint movement monitoring / L. Li et al. // IEEE Sensors Journal. – 2021. – Vol. 21, no. 23. – P. 26793–26798, doi:10.1109/JSEN.2021.3120995.
22. Hao J. Z. Design of a foot-pressure monitoring transducer for diabetic patients based on FBG sensors / J. Z. Hao et al.// Conference Proceedings - Lasers Electro-Optics Society Annual Meeting-LEOS. – 2023. - Vol. 1. – P. 23–24, doi:10.1109/leos.2003.125 1581.
23. Domingues M. F. Insole optical fiber sensor architecture for remote gait analysis—An e-health solution," / M. F. Domingues et al. // IEEE Internet Things Journal. – 2019. – Vol. 6, no.1. – P. 207–214, doi:10.1109/Je.2017.2723263.
24. Tavares C. Gait shear and plantar pressure monitoring: A non-invasive OFS based solution for e-health architectures / C. Tavares et al. // Sensors. – Vol. 18, no. 5. – 2018. – P.1334, doi:10.3390/s18051334.
25. Hao Z. 3-D printed smart orthotic insoles: monitoring a person's Gait step by step / Z. Hao, K. Cook, J. Canning, H.-T. Chen, and C. Martelli // IEEE Sensors Letters, Jan. 2020. – 2020. – Vol. 4, no. 1. – P. 5000204, doi:10.1109/LSENS.2019.2962270.
26. Qureshi K. K. Detection of Plantar Pressure Using an Optical Technique / K. K. Qureshi // in 2021 7th International Conference on Engineering, Applied Sciences and Technology (ICEAST), 2021. – P. 77–80, doi:10.1109/ICEAST52143. 2021.9426290.
27. Федотов М. Ю. Применение комплексной системы оптического мониторинга технического состояния с внешним композитным армированием строительных конструкций /М.Ю. Федотов, А.А. Кальгин, Е.Е. Шмойлов и др. // Вестник МГСУ. – 2024. – Том 19. – Выпуск 1. – С. 105-114.
28. Морозов О.Г. Адресные волоконные брэгговские структуры в квазираспределенных радиофотонных сенсорных системах / О.Г. Морозов, А.Ж. Сахабутдинов // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43. – № 4. – С. 535-543.
29. Пономарев О.И. Особенности мониторинга технического состояния несущих конструкций стадиона «Лужники» при реконструкции / О.И. Пономарев, А.А. Минасян, М.А. Забегин // Вестник НИЦ «Строительство». – 2023. – №.3(38). – С. 46-61.
30. Agliullin T. Addressed Fiber Bragg Structures in Load-Sensing Whell Hub Bearings /T. Agliullin, R. Gubaidullin, A. Sakhabutdinov et al. // Sensors. – 2020. – Т. 20. – № 21. – С. 1-14.
31. Куприянов В.Г. Волоконно-оптические технологии в распределенных системах экологического мониторинга / В.Г. Куприянов, О.А. Степущенко, В.В. Куревин, О.Г.Морозов, И.Р. Садыков // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2011.– Т. 13. – № 4-4. – С. 1087-1091.
32. Natanson O.G. Development Problems of Frequency Reflectometry for Monitoring systems of Optical Fiber Structures / O.G. Natanson, O.G. Morozov, R.A. Akhtiamov, V.F. Gusev // Proc. of SPIE. – 2005. – V. 5854. – P. 215-223.

33. Морозов О.Г. Определение характеристик спектра усиления Мандельштама–Бриллюэна с помощью двухчастотного зондирующего излучения / О.Г. Морозов, Г.А. Морозов, А.А. Талипов, В.Г. Куприянов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы.– 2012. – Т. 15. – № 3. – С. 95-100.
34. Morozov O.G. Optical Vector Network Analyzer Based on Amplitude-Phase Modulation / O.G. Morozov, G.A. Morozov, I.I. Nureev, D.I. Kasimova // Proc. of SPIE. – 2016. – V. 9807. – P. 980717.
35. Айбатов Д.Л. Преобразование спектра оптического излучения в двухканальном модуляторе Маха-Цендера и ROF-фильтр на его основе / Д.Л. Айбатов, О.Г. Морозов, Т.С. Садеев // Нелинейный мир. – 2010. – Т. 8. – № 5. – С. 302-309.
36. Талипов А.А. Метод формирования двухчастотного излучения для синтеза солитонов и применения спектрально-эффективной модуляции RZ и CSRZ форматов в оптических сетях доступа / А.А. Талипов, О.Г. Морозов, Г.И. Ильин и др. // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2012. – № 2 (16). – С.3-12.
37. Sadeev T.S., Investigation and analysis of Electro-optical Devices in Implementation of Microwave Photonic Filters / T.S. Sadeev, O.G. Morozov et al.// Proc. of SPIE. – 2012. – V. 8410. – P. 841007.

MATHEMATICAL MODELS OF ADDRESS FIBER BRAGG STRUCTURES AS SENSORS FOR WEARABLE AND STATIONARY GAUGES OF SPORTS ENGINEERING SYSTEMS

A.A. Ivanov, R.D. Mangutov, E.A. Petrova, F.I. Sabirova, L.N. Ibragimova, E.A. Gaynullina, M.S. Fedorenko, T.R. Khasanov, A.N. Khidiyatullin, E.E. Khazina, R.M. Muratov, I.I. Nureev

Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev-KAI
10, st. Karl Marx, Kazan, 420111, Russian Federation

Annotation. Sports engineering systems represent a complex symbiosis of the individual (athlete), sports facilities, and cyber-physical systems. This interaction is based on the concepts of ergonomics and biomechanics, aimed at maximizing results while minimizing the risk of injury. Sports engineering systems are built around the athlete, whose physiological and biomechanical data underpins the entire system; facilities designed with aerodynamics, shock absorption, and climate control in mind; and, finally, cyber-physical systems, including smart equipment, wearable devices, and video analysis systems that collect data, process it in real time, and adjust the training process. These elements, when combined, create a closed-loop management system for athletic training. The use of universal (multifunctional) sensors in sports engineering is a key trend driven by the need for comprehensive analysis. Unlike highly specialized sensors, general-purpose sensors simultaneously record diverse parameters and combine them into a single data stream. The objective of this article is to demonstrate the creation of a new type of Bragg-type sensing element—an addressable fiber Bragg structure—and to identify possible applications for various wearable and fixed sensors in sports engineering systems. This article is purely mathematical in nature and demonstrates the principles of synthesizing individual AFBS elements. A 3π-AFBS, which is a FBG with three phase shifts, is chosen as an example. The specific application

of such AFBS in sports engineering systems will be described in other papers, with a clear emphasis on their advantages over FBGs.

Keywords: sports engineering, system, athlete, sports facility, cyber-physical system, fiber Bragg grating, addressable fiber Bragg structure, mathematical modeling.

Статья представлена в редакцию 14 мая 2026 г.