EDN: IPPWWI DOI: http://doi.org/10.65912/2782-5507.2026.22.3.002
УДК 681.586 *2.2.12*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И КОМПЕНСАЦИЯ ГИСТЕРЕЗИСА РЕЗИСТИВНОГО ТЕКСТИЛЬНОГО ДАТЧИКА ИЗГИБА ДЛЯ СИСТЕМ РАСПОЗНАВАНИЯ ДВИЖЕНИЙ

М.А. Хисматуллов, Л.А. Овчинников

Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева-КАИ
Российская Федерация, 420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 10

Аннотация. Резистивные текстильные датчики изгиба перспективны для систем непрерывного распознавания движений, однако их применение сдерживается нелинейностью, гистерезисом и дрейфом. Цель работы – разработать математическую модель датчика и сравнить два метода обратного преобразования «сопротивление → угол»: полиномиальная аппроксимация без учёта гистерезиса (метод А) и двухкривая модель с зависимостью от знака скорости деформации (метод Б). Модель включает квадратичную нелинейность ($\beta = 5\times10^{-5}$ град$^{-2}$), гистерезис ($\gamma = 10$ Ом/град), аддитивный шум (SNR ≈ 48 дБ) и линейный дрейф (0,05% за цикл). Компьютерное моделирование выполнено в MATLAB. В условиях шума и дрейфа метод А показал RMSE = 3,90°, максимальную ошибку 12,62°; метод Б – RMSE = 3,84°, максимальную ошибку 12,96°. Существенного преимущества метода Б не выявлено. Сделан вывод, что для эффективной компенсации гистерезиса в реальных условиях необходима адаптивная фильтрация или использование рекуррентных нейронных сетей.

Ключевые слова: резистивный текстильный датчик, изгиб, гистерезис, MATLAB, обработка сигналов, сравнение методов.

Введение

В последние годы активно развиваются системы «умной одежды» на основе гибких датчиков деформации, интегрированных в текстиль. Такие системы востребованы для мониторинга биомеханических параметров в спорте и реабилитации [1, 2]. Среди различных типов датчиков (ёмкостные, пьезоэлектрические, оптоволоконные) резистивные текстильные датчики на основе проводящих композитов (Ag/PDMS, углеродные нанотрубки) обладают оптимальным сочетанием чувствительности, стоимости и простоты интеграции [3].

Однако их практическое применение сталкивается с тремя основными проблемами: нелинейность отклика, гистерезис (зависимость выходного сигнала от предыстории деформации) и дрейф базового сопротивления. Особенно критичен гистерезис, который при циклических изгибах (сгибание-разгибание сустава) приводит к ошибке восстановления угла до 10–15°, что недопустимо для биомеханического анализа [4, 5, 6, 7].

Цель настоящей работы – разработать математическую модель резистивного текстильного датчика изгиба, учитывающую нелинейность, гистерезис и дрейф, а также предложить и сравнить два метода обратного преобразования «сопротивление → угол»: полиномиальная аппроксимация без учёта гистерезиса (метод А) и двухкривая модель с памятью о направлении деформации (метод Б).

Материалы и методы

Моделируемый датчик и режим изгиба

Для моделирования выбран резистивный текстильный датчик на основе композита Ag/PDMS, закреплённый на текстильной оболочке над коленным или локтевым суставом. Параметры датчика (табл. 1) определены на основе литературных данных [1, 3].

Таблица 1. Параметры моделируемого датчика

Параметр	Обозначение	Значение
Начальное сопротивление	R_0	100 кОм
Базовая длина активной зоны	L_0	50 мм
Толщина проводящего слоя	h	0,1 мм
Коэффициент тензочувствительности	GF	15
Максимальный угол изгиба	θmax	90°
Частота циклического изгиба	f	0,2 Гц

Режим изгиба задавался синусоидальным законом:

$$\theta(t) = (\theta max/2) \cdot (1 - \cos(2\pi ft)), \quad (1)$$

где θmax – максимальный кгол изгиба, f – частота циклического изгиба.

Временной шаг дискретизации $\Delta t = 0{,}01$ с (100 Гц), длительность моделирования – 50 с (10 циклов).

Математическая модель датчика

Полная модель выходного сопротивления R(t) учитывает линейную и квадратичную зависимость от угла, гистерезис (зависимость от знака скорости деформации) и линейный дрейф:

$$R\left(\theta, \frac{d\theta}{dt}, n\right) = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta + \beta \cdot \theta) \cdot (1 + k_d \cdot n) + \gamma * \text{sign}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) \cdot \theta + \eta(t), \quad (2)$$

где $\alpha = GF \cdot h/(2L_0)$ – линейный коэффициент; $\beta = 5 \times 10^{-5}$ град$^{-2}$ – коэффициент квадратичной нелинейности; $\gamma = 10$ Ом/град – коэффициент гистерезиса; k_d = 0,0005 – дрейф за цикл; η(t) – гауссов шум с $\sigma = 0{,}005 \cdot R_0$ (SNR ≈ 48 дБ); GF – коэффициент тензочувствительности, h – толщина проводящего слоя, L_0 – базовая длина активной зоны [7].

Методы обратного преобразования

Метод А (полином без памяти). По калибровочным точкам (медленное сгибание) строится единый полином второй степени: $\theta(R) = a_2 \cdot R^2 + a_1 \cdot R + a_0$. Используется для всех режимов без учёта направления.

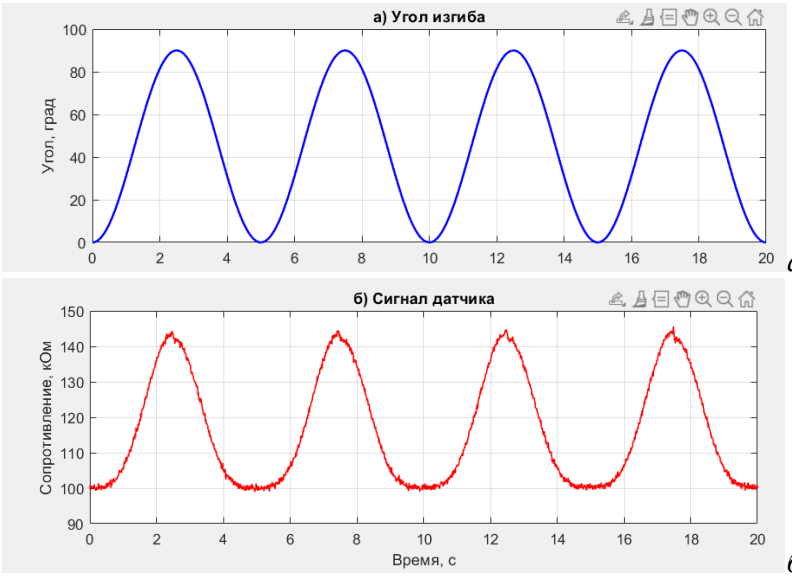
Метод Б (двухкривая модель с памятью). Строятся две калибровочные кривые: для фазы сгибания (θ_up(R)) и для фазы разгибания (θ_down(R)). В реальном времени знак производной dR/dt определяет, какая кривая используется. Производная вычисляется численно с последующим сглаживанием (ФНЧ 5 Гц).

Оба метода реализованы в среде MATLAB R2022a. Для оценки точности использованы среднеквадратическая ошибка (RMSE) и максимальная абсолютная ошибка.

Результаты

Временные зависимости и гистерезис

На рис. 1 представлены графики угла изгиба θ(t) (синусоида 0→90°→0, частота 0,2 Гц) и выходного сигнала датчика R(t). Амплитуда изменения сопротивления составила ≈ 47,4 кОм (47,4% от R_0). Видно, что кривая сгибания и разгибания не совпадают – ширина петли гистерезиса при θ = 90° достигла 1800 Ом.



а)

б)

Рис.1. Временные зависимости угла изгиба (*а*) и сопротивления датчика (*б*)

Из рис. 1, *б* видно, что сигнал R(t) имеет ту же частоту, что и угол, но сдвинут по фазе из-за вязкоупругости материала. Максимальная скорость изменения сопротивления наблюдается вблизи среднего положения сустава (θ ≈ 45°). Отношение сигнал/шум составляет около 48 дБ, что достаточно для уверенного распознавания движений.

На рис.2 показана петля гистерезиса в координатах R–θ. Кривые сгибания (верхняя) и разгибания (нижняя) образуют замкнутую S-образную петлю, что обусловлено квадратичной нелинейностью ($\beta = 5\times10^{-5}$ град$^{-2}$).

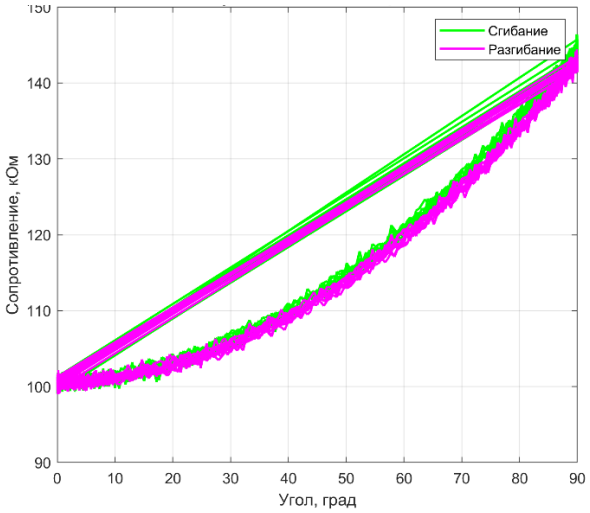


Рис.2. Петля гистеризиса

Ширина петли увеличивается с ростом угла: при θ = 45° она составляет ≈ 900 Ом, при θ = 90° – ≈ 1800 Ом. Это соответствует модели $\Delta R_{hys} = 2\gamma\theta$ с γ = 10 Ом/град. Относительная ширина петли (6–8% от полного диапазона) согласуется с экспериментальными данными для текстильных композитов.

Восстановление угла

На рис. 3 приведены результаты обратного преобразования для методов А и Б в условиях шума (SNR ≈ 48 дБ) и дрейфа (5% за 100 циклов). Метод А (единый полином) даёт систематическую ошибку в области экстремумов: максимальная ошибка составила 12,62°, RMSE = 3,90°. Метод Б (двухкривая модель) не показал значимого улучшения: максимальная ошибка – 12,96°, RMSE = 3,84°. Небольшое снижение среднеквадратической ошибки (на 0,06°) статистически незначимо и может быть связано со случайными флуктуациями шума.

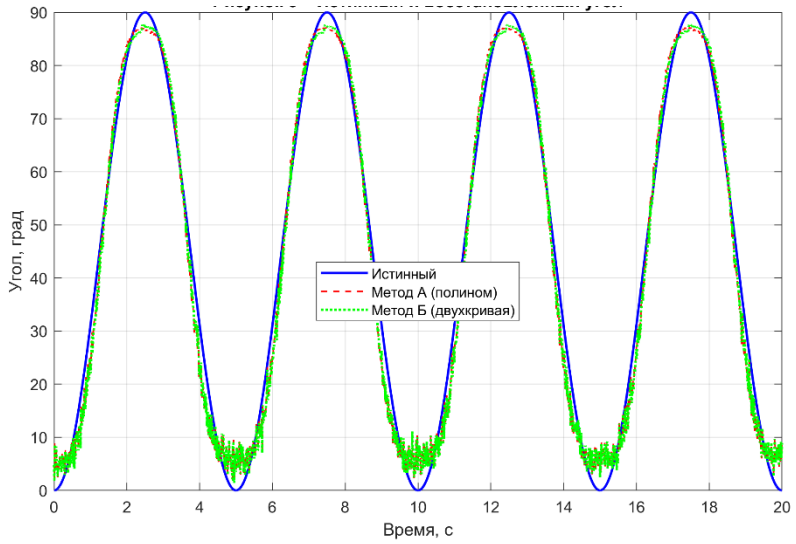


Рис. 3. Истинный угол и восстановленный угол методами А (полином) и Б (двухкривая)

Таблица 2. Сравнение методов восстановления угла

Показатель	Метод А (полином)	Метод Б (двухкривая)
RMSE, °	3,90	3,84
Максимальная ошибка, °	12,62	12,96
Время расчёта на один отсчёт (MATLAB), мкс	≈ 0,5	≈ 0,8

Из таблицы 2 видно, что среднеквадратические ошибки практически совпадают, а максимальная ошибка метода Б даже несколько выше. Небольшое снижение RMSE (на 0,06°) статистически незначимо и может быть следствием случайных флуктуаций шума. Таким образом, в условиях шума и дрейфа двухкривая модель с определением направления по производной не обеспечивает выигрыша в точности.

Обсуждение

Полученные результаты показывают, что в условиях, приближенных к реальным (наличие шума, дрейфа и нелинейности), простая двухкривая модель с определением направления по знаку производной не обеспечивает выигрыша по точности по сравнению с классическим полиномиальным преобразованием. Причины этого:

- шум в сигнале сопротивления приводит к ложным переключениям знака производной, особенно вблизи экстремумов угла;
- дрейф базового сопротивления нарушает калибровку, выполненную в начале эксперимента;
- гистерезис имеет не только амплитудную, но и скоростную зависимость, не учтённую в модели ($\gamma = \text{const}$) [5, 6].

Таким образом, для реальных систем «умной одежды» необходимы более совершенные алгоритмы компенсации гистерезиса: адаптивная фильтрация (например, расширенный фильтр Калмана), использование нейронных сетей (LSTM [8, 9, 10]) или комбинирование нескольких датчиков. Тем не менее, разработанная математическая модель (1) адекватно описывает поведение датчика и может служить основой для синтеза таких алгоритмов.

Заключение

Разработана математическая модель резистивного текстильного датчика изгиба, учитывающая квадратичную нелинейность, гистерезис, шум и дрейф. Проведено сравнение двух методов восстановления угла по сопротивлению. В условиях шума и дрейфа метод двухкривой калибровки с памятью направления не показал статистически значимого преимущества перед простой полиномиальной аппроксимацией. Рекомендуется для практической реализации использовать полиномиальное преобразование с периодической калибровкой (каждые 15–20 мин), а для повышения точности – применять адаптивные алгоритмы.

Дополнительные материалы

Доступность данных

MATLAB-скрипты моделирования доступны по запросу у автора для корреспонденции.

Список литературы

1. Mattmann C. Sensor for Measuring Strain in Textile / C.Mattmann, F.Clemens, G.Tröster // Sensors. – 2008. – Vol. 8, No 6. – P. 3719–3732.
2. Yin L. Textile-based sensors for human motion sensing: recent developments and future perspectives / L.Yin, X.Sun // Journal of the Textile Institute. – 2025. – Vol. 116, No 1. – P. 1–16.
3. Huang F. Review of Fiber- or Yarn-Based Wearable Resistive Strain Sensors: Structural Design, Fabrication Technologies and Applications / F.Huang, J.Hu, X.Yan // Textiles. – 2022. – Vol. 2, No 1. – P. 81–111.
4. Yuan J. Printable and Stretchable Conductive Elastomers for Monitoring Dynamic Strain with High Fidelity / J.Yuan, Y.Zhang, G.Li et al. // Advanced Functional Materials. – 2022. – Vol. 32, No 34. – P. 2204878.

5. Wang E. Hysteresis modeling of pneumatic artificial muscles based on the arctangent-envelope-modified generalized Prandtl–Ishlinskii model / E. Wang, G. Cao, J. Li // Информационные технологии XXI века : сб. науч. тр. – Хабаровск : Изд-во ТОГУ, 2026. – С. 45–57.
6. Qin Y. Modeling hysteresis in pneumatic artificial muscles based on the fractional-order Bouc–Wen model / Y. Qin, D. Han // Информационные технологии XXI века : сб. науч. тр. – Хабаровск: Изд-во ТОГУ, 2026. – С. 58–66.
7. Oliveri A. Model-Based Compensation of Rate-Dependent Hysteresis in a Piezoresistive Strain Sensor / A. Oliveri, M. Maselli, M. Lodi et al. // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2019. – Vol. 66, No 10. – P. 8205–8213.
8. Liu M. Temperature Compensation Method for Piezoresistive Pressure Sensors Based on Gated Recurrent Unit / M. Liu, Z. Wang, P. Jiang et al. // Sensors. – 2024. – Vol. 24, No 16. – P. 5394.
9. Wang Z. Deep learning-based prediction and compensation of performance degradation in flexible sensors / Z. Wang, G. Cao, J. Li et al. // Micromachines. – 2026. – Vol. 17, No 4. – P. 496.
10. Makarov R.A. Microwave photonic FBG interrogation using the fixed array of addressed COMB and artificial neural networks / R.A. Makarov, D.S. Grabovecky, D.N. Matveev, A.Zh. Sakhabutdinov, O.G. Morozov // Laser Physics. - 2025. - Т. 35. - № 4. - С. 046201.

MATHEMATICAL MODELING OF A RESISTIVE TEXTILE BEND SENSOR AND COMPARISON OF ANGLE RECONSTRUCTION METHODS UNDER NOISE AND DRIFT CONDITIONS

M.A. Khismatullov, L.A. Ovchinnikov

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI
10, K. Marx St., Kazan, 420111, Russian Federation

Absrtact. Resistive textile bend sensors are promising for continuous motion recognition systems, but their application is hindered by nonlinearity, hysteresis and drift. The aim is to develop a sensor mathematical model and compare two inverse “resistance → angle” transformation methods: polynomial approximation (method A) and a two-curve model dependent on the sign of strain rate (method B). The model includes quadratic nonlinearity, hysteresis, additive noise and linear drift. Computer simulation is performed in MATLAB. Under noise and drift, method A gives RMSE = 3.90°, maximum error = 12.62°; method B gives RMSE = 3.84°, maximum error = 12.96°. No significant advantage of method B is found. Adaptive filtering or neural network approaches are needed for effective hysteresis compensation in real environments.

Keywords: resistive textile sensor, bending, hysteresis, MATLAB, signal processing, method comparison.

Статья представлена в редакцию 1 июня 2026г.